

TAMPEREEN YLIOPISTO

Tulevien lukion matematiikan opettajien odotukset, asenteet ja
intentiot CAS-teknologian opetuskäyttöä kohtaan

Kasvatustieteiden yksikkö
Pro gradu -tutkielma
Kasvatustiede
HANNU LAKERVI
Joulukuu 2013

Tampereen yliopisto

Kasvatustieteiden yksikkö

LAKERVI, HANNU: Tulevien lukion matematiikan opettajien odotukset, asenteet ja intentiot CAS-teknologian opetuskäyttöä kohtaan

Pro gradu -tutkielma, 65 s., 7 liites.

Kasvatustiede, aineenopettajan koulutus

Joulukuu 2013

Tiivistelmä

Keväällä 2012 matematiikan ylioppilaskokeen laskinrajoituksia kevennettiin. Uudistuksen myötä pohdinta symboliseen laskentaan soveltuvan CAS-teknologian (engl. Computer Algebra System) asemasta matematiikan lukio-opetuksessa tuli ajankohtaisemmaksi kuin koskaan. Tutkimuksen tarkoituksena oli muodostaa kokonaiskuva matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden suhteesta CAS-teknologian opetuskäyttöön aikana, jolloin uudet työkalut näyttivät tekevän tuloaan lukion matematiikan oppitunneille. Kuvan saamiseksi tutkimuksessa selvitettiin opiskelijoiden teknologiaan kohdistamia odotuksia, käsityksiä, asenteita ja käyttöaikomuksia sekä näiden välisiä riippuvuussuhteita pitkän matematiikan opetuksen kontekstissa.

Kvantitatiivinen analyysi perustui Tampereen ja Turun yliopistoissa matemaattisten aineiden opetusharjoittelijoilta keväällä 2013 kerättyyn kyselyaineistoon ($N = 55$). Opettajaopiskelijoiden intentioita CAS-teknologian käyttöä kohtaan sekä käyttöaikomusten taustalla vaikuttavia tekijöitä selvitettiin Icek Ajzenin suunnitellun käyttäytymisen teorian viitekehyksessä. Erilaisia orientaatioita teknologian käyttöön etsittiin klusterianalyysin työkaluilla.

Opiskelijoiden vähäisestä CAS-teknologian käyttökokemuksesta ja monin osin varauksellisista odotuksista huolimatta kolme opiskelijaa neljästä ilmoitti lukion opettajana pyrkivänsä käyttämään työkaluja säännöllisesti pitkän matematiikan opetuksessa. Intentiota selitti yhtä lailla opiskelijoiden asenne teknologian käyttöä kohtaan kuin heidän käsityksensä kyvyistään ja mahdollisuuksistaan hyödyntää työkaluja opetuksessa. Edelleen, asenteen muodostumisessa näytti olevan ratkaisevaa, miten opiskelijat uskoivat teknologian käytön vaikuttavan lukiolaisten matematiikan ymmärtämiseen. Niin ikään opiskelijoiden odotukset teknologian käytön vaikutuksista tulevien oppilaidensa opiskeluasenteeseen näyttivät olevan yhteydessä heidän omaan teknologia-asenteeseensa. Lopulta opiskelijoiden arviot erilaisten teknologian käyttötapojen mielekkyydestä paljastivat neljä keskenään eri tavalla työkalujen käyttöön suhtautuvaa ryhmää: Epäilijät, Myöitämieliset, Liberaalit ja Pragmaatit.

Huomioimalla edellä mainitut riippuvuudet sekä erilaiset orientaatiot teknologian käyttöön, opettajaopiskelijoita voidaan ehkä jatkossa tukea entistä paremmin löytämään heille itselleen sopivia, pedagogisesti kestäviä työskentelytapoja CAS-ympäristössä. Tämä edellyttää, että aineenopettajan opinnot sisältävät riittävästi sekä CAS-pedagogiikan teoriaa että käytännön harjoittelua.

Asiasanat: symbolinen laskenta, lukio, pitkä matematiikka, aineenopettajakoulutus, suunnitellun käyttäytymisen teoria

Sisällys

1	Johdanto	5
2	CAS-pedagogiikka	7
2.1	Symbolinen laskenta, CAS-teknologia ja CAS-ympäristö	7
2.2	CAS-teknologian funktionaalinen ja pedagoginen käyttö	7
2.3	Matemaattisen osaamisen viisi piirrettä	8
2.4	CAS-teknologian pedagogisten sovellusten jäsentelyä	9
2.4.1	Pedagogisia mahdollisuuksia kolmesta näkökulmasta	9
2.4.2	Mustan ja valkoisen laatikon metaforat	10
3	CAS-teknologian käyttöaikomusten tutkiminen	13
3.1	Suunnitellun käyttäytymisen teoria	13
3.1.1	Intentio käyttäytymisen edeltäjänä	13
3.1.2	Intentiota määräävät tekijät	14
3.1.3	Suunnitellun käyttäytymisen teorian sovelluksia	15
3.2	Laskentateknologian opetuskäyttöaikomuksia ohjaavia tekijöitä	16
3.2.1	Asenne teknologian opetuskäyttöä kohtaan	16
3.2.2	Subjektiiivinen normi	18
3.2.3	Koettu käyttäytymisen kontrolli	18
3.2.4	Muuttuva ylioppilaskoe, muuttuvat intentiot	19
3.3	Työvälineen geneesi	19
4	Tutkimustehtävät	22
5	Tutkimuksen toteutus	24
5.1	Tutkimusstrategia	24
5.2	Tutkimusjoukko	24
5.3	Kyselylomakkeen laatiminen	25
5.3.1	Intentio ja intention välittömät tekijät	25
5.3.2	Teknologian opetuskäyttöä koskevat uskomukset	27
5.3.3	CAS-teknologian käyttösovellusten arviointi	28
5.3.4	Kyselylomakkeen viimeistely	28
5.4	Aineiston kerääminen	28
5.5	Tilastolliset menetelmät	29
5.5.1	Yhdistelmämuuttujat ja reliabiliteetti	29
5.5.2	Spearmanin järjestyskorrelaatiokerroin	30

5.5.3	Klusterianalyysi	30
5.5.4	Toisistaan riippumattomien ryhmien vertailu	31
5.6	Mittauksen luotettavuus	32
5.7	Aineiston valmistelu	33
6	Tulokset	34
6.1	Tutkimusjoukon kuvailu	34
6.2	CAS-teknologian käyttöaikomukset	34
6.2.1	Intentio	35
6.2.2	Asenne	36
6.2.3	Subjektiivinen normi	36
6.2.4	Koettu käyttäytymisen kontrolli	38
6.2.5	Asenne ja koettu käyttäytymisen kontrolli intention selittäjinä	39
6.3	Odotukset teknologian käytön seurauksista	40
6.3.1	Matematiikan opetuksen tavoitteiden priorisointi	40
6.3.2	Uskomukset asenteen selittäjinä	41
6.4	Käsitykset CAS-teknologian mielekkäästä käytöstä	44
6.5	Sovellusten arviointiin perustuva ryhmittely	47
6.5.1	Epäilijät	49
6.5.2	Myötämieliset	49
6.5.3	Liberaalit	50
6.5.4	Pragmaatikot	51
6.5.5	Ryhmittelyn kritiikki	51
6.6	Tuntematon CAS-ympäristö	52
7	Pohdinta ja johtopäätökset	55
7.1	Yhteenvedo tuloksista	55
7.2	Toteutuksen arviointi	59
7.3	Lopuksi	60
	Lähteet	62
	Liitteet	66

1 Johdanto

1900-luvun jälkipuoliskolla kiihtynyt tietotekniikan kehitys on vaikuttanut laaja-alaisesti niin matemaattisiin työskentely- kuin ajattelutapoihimme. Matemaattisten alojen ammattilaisilla on ollut numeeristen laskentatyökalujen lisäksi jo pitkään käytössään symbolimuotoisten laskutoimitusten suorittamiseen soveltuvaa *CAS-teknologiaa*¹. Modernit laskentateknologiat eivät ole ainoastaan hostaneet matemaatikkojen ja insinöörien rutiinityöskentelyä, vaan ne ovat jopa muuttaneet tutkimusongelmia (vrt. Pierce & Stacey 2008, 6; Artigue 2002, 245–246).

Teknologian kehitys ja sen kasvava merkitys yhteiskunnassa ovat haastaneet uudelleenarvioimaan myös koulumatematiikan sisältöjä, tavoitteita, osaamisen arviointia ja opetusmenetelmiä. Suomessa laskentateknologian aseman pohdinta ei ole koskenut vähiten lukion matematiikan pitkää oppimäärää, jonka painotukset ovat perinteisesti palvelleet etenkin korkeakoulutuksen teknisiä aloja. Lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan pitkän matematiikan ”opetus pyrkii [...] antamaan opiskelijalle selkeän käsityksen matematiikan merkityksestä yhteiskunnan kehityksessä sekä sen soveltamismahdollisuuksista arkielämässä, tieteessä ja tekniikassa.” Opetuksen yhtenä tavoitteena on, että opiskelija ”osaa käyttää tarkoituksenmukaisia matemaattisia menetelmiä, teknisiä apuvälineitä ja tietolähteitä.” (Opetushallitus 2003, 118–119.)

Erilaisten teknisten apuvälineiden asemaa matematiikan lukio-opetuksessa on kontrolloinut olennaisesti niiden status ylioppilaskokeessa (vrt. Silfverberg 2001, 153; Özgün-Koca 2010, 50). Esimerkiksi *graafisesta laskimesta* tuli pitkän matematiikan opiskelussa standardi – joskin melko suppeasti hyödynnetty (vrt. Setälä 2013, 30) – apuväline sen jälkeen, kun niiden käyttö sallittiin ylioppilaskokeessa 1990-luvun puolivälissä. Ylioppilastutkintolautakunta päätti kuitenkin kieltää graafisiin laskimiin integroitujen *symbolisen laskennan* toimintojen käytön kokeessa, ja ns. *symboliset laskimet* pysyivät pannassa aina 2010-luvulle asti (ks. esim. Ylioppilastutkintolautakunta 2006, 3). Päättökokeessa kiellettyjen apuvälineiden merkitys lukio-opetuksessa pysyi niin ikään olemattomana.

2010-luvun alussa ylioppilastutkintolautakunta otti tehtäväkseen ajanmukaistaa tutkintoa, ja matematiikan kokeen osalta uudistusten ensimmäinen askel oli symbolisten laskinten käytön salliminen kokeessa (Ylioppilastutkintolautakunta 2011; Kinnunen 2011).² Keväällä 2012 voimaantulleen laskinohjeen johdosta symbolisista laskimista tuli varteenotettava hankinta jokaiselle pitkän matematiikan opiskelijalle. Laskinuudistus ei täten koskenut ainoastaan koejärjestelyjä, vaan kysymys symbolisen laskennan työkalujen roolista lukion matematiikan opetuksessa muuttui hetkessä ajankohtaisemmaksi kuin koskaan. Kivelän (2012, 6) sanoin olemmekin nyt ”jonkinlaisessa tienhaarassa”, jossa on päätettävä, miten otamme matematiikan opetuksen perinteitä haastavat tekniikan kehityksen tuomat mahdollisuudet vastaan.

¹CAS-teknologia (engl. *Computer Algebra System*) määritellään tarkemmin Luvussa 2.1.

²Laskinohjeen päivitystä seuraa kokeen rakenneuudistus: kevästä 2016 alkaen matematiikan koe muuttuu kaksiosaiseksi, joista ensimmäiseen osaan vastataan ilman laskinta. Lopulta, keväällä 2019 koe muuttuu sähköiseksi, viimeistellen meneillään olevan ylioppilastutkinnon sähköistämishankkeen. (Ylioppilastutkintolautakunta 2013.)

Laajassa mittakaavassa laskentateknologian roolia lukion matematiikan opetuksessa ohjailevat ylioppilastutkintolautakunnan ohella ainakin opetussuunnitelmat, korkeakoulutuksen tarpeet, oppimateriaalien kustantajat sekä aineenopettajakoulutus. Tässä tutkielmassa painotetaan, että lopulta työkalujen merkitys kanavoituu matematiikan opetukseen yksittäisten opettajien opetusmenetelmällisten valintojen kautta: käytetäänkö niitä opetuksessa ja miten. Näiden didaktisten valintojen ymmärtämiseksi huomio on kiinnitettävä opettajien käsityksiin matematiikan opetuksesta ja oppimisesta sekä heidän odotuksiinsa siitä, mitä teknologialla on näille annettavaa (vrt. Monaghan 2007, 67; Pierce & Ball 2009, 299–301; Özgün-Koca 2010, 55).

Opettajien käsityksiä modernin laskentateknologian opetuskäytöstä on selvitetty Suomessa sekä ennen ylioppilaskokeen laskinuudistusta että sen jälkeen. Silfverberg (2001) tutki vuosituhannen vaihteessa opettajien uskomuksia laskennan teknisten apuvälineiden käytön ja matematiikan oppimisen välisistä vuorovaikutussuhteista. Uudempaa tutkimusta edustaa Matemaattisten aineiden opettajien liiton (MAOL ry) tekemä selvitys matematiikan opettajien asenteesta ylioppilaskokeen laskinuudistusta kohtaan (ks. Setälä 2013). Myös nyt ja lähivuosina valmistuvien matematiikan opettajien suhde laskentateknologiaan on opetuksen kehittämisen kannalta tärkeä tutkimuskohde. Työssäkäyvien opettajien tavoin heillä ei ole kokemusta symbolisesta laskennasta omilta kouluajoiltaan. Lisäksi he ovat jääneet paitsi niistä laskinohjeen vauhdittamista ensiaskeleista, joita lukioisamme on jo otettu.

Tutkielman empiirisessä osassa pyritään muodostamaan kokonaiskuva ”tienhaarassa” olevien matemaattisten aineiden opettajaopiskelijoiden odotuksista ja asenteista symbolisen laskennan työkalujen opetuskäyttöä kohtaan sekä heidän teknologian käyttöaikeuksista tulevassa ammatissaan lukion matematiikan opettajina. Kvantitatiivinen tutkimusaineisto kerättiin matemaattisten aineiden opetusharjoittelijoilta vuosi uuden laskinohjeen toimeenpanon jälkeen. Opettajaopiskelijoiden asenteiden ja intentioiden selvittämisen sekä näiden taustalla vaikuttavien uskomusten ja käsitysten tunnistamisen toivotaan palvelevan niin aineenopettaja- kuin täydennyskoulutuksen kehittämistä.

2 CAS-pedagogiikka

2.1 Symbolinen laskenta, CAS-teknologia ja CAS-ympäristö

Symbolisella laskennalla (engl. *symbolic computation*) tarkoitetaan tietoteknistä matemaattisten lausekkeiden käsittelyä ja laskutoimitusten suorittamista symbolimuodossa. Tässä tutkielmassa symboliseen laskentaan soveltuvia työkaluja kutsutaan jatkossa CAS-teknologiaksi. Lausekkeiden sieventäminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä derivaattafunktion laskeminen annetulle funktiolle ovat esimerkkejä CAS-teknologian perustoiminnoista.

CAS-teknologialla voidaan tarkoittaa sekä laitteita että ohjelmistoja. Kevästä 2012 alkaen matematiikan ylioppilaskokeessa sallitut symboliset laskimet ovat yksi esimerkki CAS-teknologiasta. Tietokoneohjelmistoista mainittakoon esimerkkeinä kaupalliset Mathematica ja Maple sekä ilmaiset Maxima ja Sage. CAS-teknologia -käsitettä käyttämällä pyritään yhtäältä väistämään laskinten ja tietokoneiden (taulutietokoneiden, älypuhelimien, jne.) välisen rajanvedon problematiikka (vrt. Kivelä 2012, 1). Toisaalta, käsitteen avulla halutaan myös vapautua laite- tai ohjelmistospesifeistä riippuvuuksista ja fokusoitua symboliseen laskentaan – suoritettiinpa se lopulta kämmenlaitteessa, pöytätietokoneessa tai vaikkapa pilvilaskentana.

Tutkielmassa CAS-teknologiaa tarkastellaan matematiikan opetuksen kontekstissa. Siten *CAS-menetelmillä* viitataan matematiikan opettamisessa ja opiskelussa käytettäviin symbolista laskentaa hyödyntäviin työskentelytapoihin. Edelleen, *CAS-ympäristöllä* tarkoitetaan oppimisympäristöä, jossa hyödynnetään CAS-teknologiaa. Toisin sanoen, CAS-ympäristöllä viitataan sellaisiin didaktisiin puitteisiin, joissa CAS-menetelmille on annettu jokin tarkoitus.

CAS-ympäristössä työskentelyssä on usein kyse perinteisten (ns. kynä–paperi -menetelmien) ja CAS-menetelmien välisen tasapainon tarkoituksenmukaisesta tavoittelusta (vrt. Artigue 2002, 259). Toisaalta on esitetty, että CAS voi saada matematiikan opetuksessa roolin myös kokonaisvaltaisena työskentely-ympäristönä (ks. esim. Kivelä 2012, 5).

2.2 CAS-teknologian funktionaalinen ja pedagoginen käyttö

Arkinen suhteemme laskentateknologiaan on usein *pragmaattinen*: työkalujen ja menetelmien valinta perustuu arvioon niiden tehokkuudesta, käyttöalueesta, taloudellisesta hyödystä, jne. Myös CAS-teknologiaan liittyy kiinteästi – jo edellä esitetyn määritelmänkin perusteella – ajatus sen potentiaalista tehokkaana (symbolisten) tulosten tuottajana. (Artigue 2002, 248; Pierce & Stacey 2010, 2–4.) Matematiikan opetuksessa työskentelytapojen valinnassa on kuitenkin kyse paljon muustakin kuin laskennallisen tehokkuuden tavoittelusta. Puhutaan menetelmien *episteemisestä* arvosta: mitä annettavaa työskentelytavalla on matemaattisten olioiden ymmärtämiselle. (Artigue 2002, 245–248.)

Matematiikan opetuksessa perinteisesti käytettyjen kynä–paperi -menetelmien episteeminen ar-

vo kytkeytyy usein ilmiselvällä tavalla työskentelyn yksityiskohtiin (Artigue 2002, 259). Artigue (2002, 259–260) antaa esimerkin siitä, kuinka iteratiivisen jakoyhtälötyöskentelyn kautta oppilaiden on jo varhaisessa vaiheessa mahdollista ymmärtää, miksi rationaaliluvun desimaalikehitelmän on oltava joko päättyvä tai jaksollinen. Laskimen tuottaessa välittömästi minkä tahansa rationaaliluvun desimaaliesityksen alun, käsityötä vastaavasta episteemisestä arvosta ei voida enää puhua.

CAS-ympäristössä välittömien tulosten problematiikka levittäytyy numeerisesta laskennasta symboliseen työskentelyyn. Teknologia ”trivialisoi” lausekkeiden symbolista käsittelyä, ja samalla pitkälti sen, mitä koulualgebralla on perinteisesti tarkoitettu (Buchberger 1990; Kutzler 2000; Lagrange 2007, 89–91; Özgün-Koca 2010, 49–50). Ongelma johtaa pohdintaan siitä, miten CAS-teknologia voi palvella matematiikan opetusta tarkoituksenmukaisesti sen alkuperäisessä funktionaalisessa tarkoituksessaan (vrt. menetelmien pragmaattinen arvo) *sekä* miten se saadaan valjastettua pedagogiseen käyttöön (vrt. menetelmien episteeminen arvo) (Artigue 2002, 245–248; Pierce & Stacey 2010, 2–4).

2.3 Matemaattisen osaamisen viisi piirrettä

CAS-menetelmien pedagogisen arvon tunnistamiseksi tarvitaan matematiikan opetuksen tavoitteita yleisellä tasolla jäsentävää käsitteistöä. Kilpatrick ym. (2001, 115–133) ovat kuvailleet *matemaattista osaamista* (engl. *mathematical proficiency*) ”köysimallilla” (Kuvio 1), jossa osaaminen (kuv. köysi) koostuu viidestä, toisiinsa kietoutuneesta piirteestä (säikeestä):

Käsitteellinen ymmärtäminen (*conceptual understanding*) eli matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja relaatioiden perusteellinen ymmärtäminen.

Proseduraalinen sujuvuus (*procedural fluency*) eli taito suorittaa proseduurit joustavasti, tarkasti, tehokkaasti ja käyttää niitä tarkoituksenmukaisesti.

Strateginen kompetenssi (*strategic competence*) eli kyky muotoilla (formuloida), esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia.

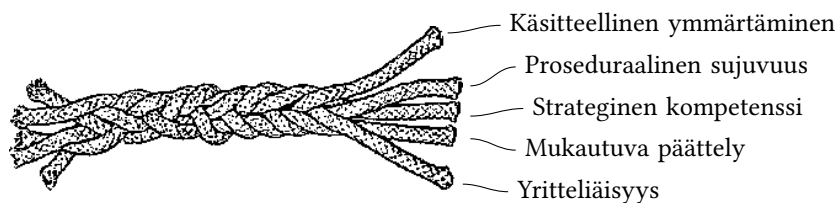
Mukautuva päättely (*adaptive reasoning*) eli valmius ajatella loogisesti, reflektoida, selittää ja perustella.

Yritteliäisyys (*productive disposition*) eli jatkuva halu nähdä matematiikka mielekkäänä, hyödyllisenä ja vaivan arvoisena yhdistettynä uskoon utteruuden merkityksestä ja omista kyvyistä.

(Kilpatrick ym. 2001, 116; käsitteet suom. Joutsenlahti 2005, 96.)

Köysi-metaforalla korostetaan matemaattisen osaamiseen piirteiden riippuvaisuutta toisistaan (Kilpatrick ym. 2001, 116). Seikkaperäinen kuvailu piirteistä ja niiden välisistä suhteista löytyy Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin kirjasta.

Tässä tutkielmassa köysimallia hyödynnetään kahdessa tarkoituksessa. Ensinnäkin, matematiikan opetuksen tavoitteita hahmotellaan osaamisen piirteiden erilaisina painotuksina: onko opetuk-



Kuvio 1. Matemaattisen osaamisen viisi toisiinsa kietoutunutta piirrettä (Kilpatrick ym. 2001, 117).³

sessä tärkeintä, että oppija oppii argumentoimaan vedenpitävästi (mukautuva päättely), saa vahvan laskurutiinin (proseduraalinen sujuvuus) vai olisiko kenties positiivinen asenne matematiikkaa kohtaan (yritteliäisyys) lopulta ratkaisevinta? Miten teknologian käyttäminen opetuksessa estää tai edistää näiden tavoitteiden toteutumista? Näihin kysymyksiin palataan tutkielman empiirisessä osassa koehenkilöiden uskomusten muodossa. Toisekseen, köysimallin käsitteistön avulla pyritään jäsentämään, miten osaamisen ilmenemismuodot muuttuvat CAS-ympäristöön siirryttäessä.

2.4 CAS-teknologian pedagogisten sovellusten jäsentelyä

2.4.1 Pedagogisia mahdollisuuksia kolmesta näkökulmasta

CAS-teknologian paikkaa matematiikan opetuksessa on etsitty niin opetuskokeiluissa (esim. Drijvers 2004; Driver 2011), opettajien käsityksiä selvittävässä empiirisissä tutkimuksissa (esim. Özgün-Koca 2010; Drijvers ym. 2010) kuin teoreettisemmassakin kirjallisuudessa (esim. Buchberger 1990; Kutzler 2000; Heid & Edwards 2001; Nabb 2010). Osittain vakiintumattoman käsitteistön vuoksi eri tutkimuksissa tehtyjen löydösten välisiä suhteita on toisinaan ollut vaikea hahmottaa.

Kokeneet CAS-tutkijat, Robyn Pierce ja Kaye Stacey (2008; 2010), ovat tehneet ansiokasta työtä kootessaan yhteen työkaluissa⁴ nähtyjä pedagogisia mahdollisuuksia järjestäen ne lopulta yhtenäiseksi ”taksoniaksi”. Taksonian kolme päätasoa, *tehtävä-*, *luokkahuone-* ja *oppiainetaso*, edustavat kolmea erilaista näkökulmaa työkaluissa nähtyihin potentiaaleihin. Näiden avulla voidaan referoida CAS-teknologiassa nähtyjen pedagogisten mahdollisuuksien laajaa kirjoa:

Tehtävänäkökulma

Merkittävä osa CAS-tutkimuksesta on keskittynyt kuvailemaan, miten CAS-ympäristössä työskentely muuttaa tehtävänasettelua ja ratkaisuprosesseja. Erityisesti CAS-teknologian on nähty rikastuttavan tehtäväpohjaista työskentelyä perinteisiä menetelmiä nopeamman ja tarkemman algoritmien (laskutoimitusten, lausekkeiden käsittelyn, ym.) suorittamisen sekä uusien matemaattisten esitysmuotojen vuoksi (Pierce & Stacey 2008, 6; Pierce & Stacey 2010, 6, vrt. myös Artigue 2002, 267). Luvussa 2.4.2 annetaan konkreettisia esimerkkejä siitä, miten nämä työkalujen pohjimmiltaan funktionaaliset ominaisuudet muovautuvat pedagogisiksi sovelluksiksi.

³Kuvan käyttöön on saatu lupa Kilpatrickin ym. (2001) kirjan kustantajalta (National Academies Press, ks. Liite 1).

⁴Piercen ja Staceyn luokittelu sai alkunsa CAS-teknologian pedagogisten mahdollisuuksien jäsentelystä (ks. Pierce & Stacey 2008). Lopullisen taksonian (Pierce & Stacey 2010) sovellusalue kattaa laajemman teknologian kirjjon, johon tutkijat viittaavat lavealla sateenvarjokäsitteellä *Mathematics Analysis Software* (MAS).

Luokkahuonenäkökulma

Piercen ja Staceyn (2010, 9–10) taksonomian toisen tason muodostavat teknologiassa nähdyt mahdollisuudet luokkahuoneen sosiaalisten suhteiden ja vastuunjaon muokkaajana. Esimerkiksi CAS-teknologian potentiaalia aiempaa rikkaamman ja syvemmän matemaattisen keskustelun herättelijänä ja tukijana on suitsutettu laajalti (ks. esim. Nabb 2010, 7; Zbiek & Heid 2009, 543; Pierce & Stacey 2008, 7). Luokkahuonenäkökulmaan kuuluu niin ikään CAS-teknologialle asetettu rooli luokan sekundaarisena, opiskelijoiden henkilökohtaisena auktoriteettihahmona (ks. esim. Pierce & Stacey 2008, 9; Nabb 2010, 8).

Oppiainenäkökulma

CAS-teknologian avulla voidaan edistää uusien opetukselle asetettujen tavoitteiden toteutumista tai jopa muuttaa niitä (Pierce & Stacey 2008, 7; Pierce & Stacey 2010, 10). Nabb (2010, 8) kuvailee tätä CAS-teknologian roolia *uudistuksen käynnistäjäksi*. On esitetty, että CAS-ympäristössä opettaja voi siirtää opetuksen painopistettä rutiinien harjoittelusta muihin matematiikan sisältöihin (ks. esim. Pierce & Stacey 2010, 10; Heid & Edwards 2001, 130–131).

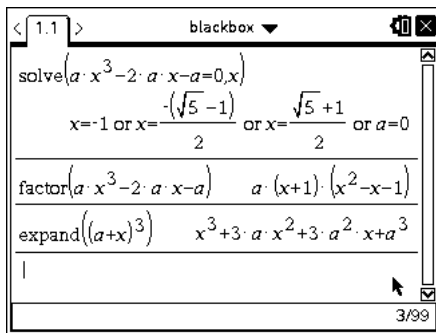
Artigue (2002, 263–266) esittää, että CAS-ympäristö itsessään asettaa oppijalle uusia matemaattisia vaatimuksia. Sujuva teknologian käyttö näyttäisi edellyttävän niin uudenlaisten tulkintataitojen kuin rutiinien muodostumista. Näin ollen matemaattisen osaamisen on nähty saavan CAS-ympäristössä uusia ilmenemismuotoja (vrt. mukautuva päättely, strateginen kompetenssi ja proseduraalinen sujuvuus).

On myös ehdotettu, että teknologian avulla voidaan luoda sellaisia näkökulmia matematiikkaan, joiden toteuttaminen olisi vaikeaa tai mahdotonta perinteisin menetelmin (Pierce & Stacey 2010, 10; Artigue 2002, 267). CAS-ympäristössä työskentelyn on koettu tuottavan uudenlaisia mahdollisuuksia esimerkiksi algebrallisen syntaksin sekä syntaksin ja merkityksen välisten suhteiden opettamiseen ja ymmärtämiseen (Artigue 2002, 267).

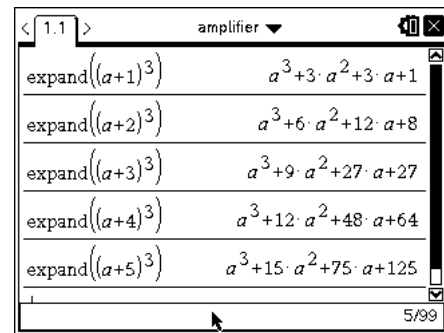
2.4.2 Mustan ja valkoisen laatikon metaforat

CAS-menetelmät voidaan luokitella *mustan ja valkoisen laatikon* menetelmiin (engl. *black/white box method*) sen perusteella, missä määrin työskentelyssä kiinnitetään huomio suoritettavien proseduurien matemaattisiin yksityiskohtiin (vrt. Buchberger 1990; Heid & Edwards 2001; Nabb 2010; Özgün-Koca 2010). CAS-teknologian kontekstissa musta laatikko -metaforalla viitataan menetelmiin, missä matemaattisiin ongelmiin tuotetaan vastauksia sivuuttaen tulosten matemaattiset perusteet (Nabb 2010, 5). Käytännössä työkalusta tulee musta laatikko silloin, kun sillä suoritetaan monivaiheisia proseduureja siten, että proseduurin välivaiheet piilotetaan (Heid & Edwards 2001, 132; Özgün-Koca 2010, 53). Valkoisen laatikon menetelmillä viitataan vastaavasti niihin työskentelytapoihin, joissa välivaiheita ei piiloteta (Heid & Edwards 2001, 132). Tällöin suoritettavan proseduurin eteneminen on yleensä myös käyttäjän ohjattavissa.

Mustan laatikon menetelmää edustaa esimerkiksi laskimen `solve` -komennon käyttäminen yhtälöön, jonka ratkaiseminen käsin edellyttäisi välivaiheita (Kuvio 2). Tehokkaita välivaiheet sivuutettavia komentoja voidaan käyttää niin perinteisin menetelmin tuotettujen tulosten tarkistamiseen (vrt. Kinnunen 2011, 20) kuin kokonaisvaltaiseen laskennan ulkoistamiseen (esim. Heid & Edwards 2001, 130–131). Jälkimmäistä toimintaa on perusteltu sillä, että teknologian käyttö nopeuttaa rutii- nityöskentelyä. Tällöin matematiikan opiskelun fokus voidaan siirtää laskutekniikan harjoittelus- ta käsitteiden opiskeluun, ongelmanratkaisustrategioihin, formulointiin ja tulkitsemiseen tai jopa kompleksisempiin algebran sisältöihin (Heid & Edwards 2001, 130–131; Özgün-Koca 2010, 53).



Kuvio 2. CAS-laskin mustana laatikkona.



Kuvio 3. Toistoluonteinen laskentatyö voidaan ulkoistaa koneelle.

Ymmärrettävästi se, että kone tuottaa tulokset välittömästi edellyttämättä käyttäjältään niihin liittyvien matemaattisten ideoiden ymmärtämistä, on ollut myös keskeinen CAS-teknologian ope- tuskäyttöä koskevan kritiikin aihe. CAS-ympäristössä työskennellessä merkittävä osa perinteiseen kynä-paperi -menetelmiin kuuluvista, ymmärtämisen kannalta arvokkaista yksityiskohdista jää helposti piiloon tai katoaa kokonaan (vrt. Luku 2.2). Esimerkiksi Setälä (2013, 31) selittää suomalais- ten opettajien negatiivisia asenteita ylioppilaskokeen laskinuudistusta kohtaan sillä, että julkisessa keskustelussa on keskitytty *pelkästään* mustan laatikon menetelmiin.

Aiheellisesta kritiikistä huolimatta mustan laatikon metaforan alle mahtuu myös pedagogisesti perusteltuja sovelluksia. Heid ja Edwards (2001, 131) ehdottavat CAS-teknologian hyödyntämistä tutkimusvälineenä, jolla tuotetaan lukuisia yksittäistapauksia säännönmukaisuuksien löytämiseksi. He antavat konkreettisen esimerkin, miten oppilaat voivat selvittää laskimen avulla muotoa $x + n$ olevan binomin kuution laskusäännön (Kuvio 3, vrt. Kuvion 2 `expand` -komento). Ulkoistamalla toistoluonteisen laskentatyön koneelle, oppilas voi keskittyä tarkastelemaan kokonaisuutta ylei- semmällä tasolla. Koneella tuotettujen esimerkkien johdosta oppilas saattaa löytää matematiikan lainalaisuuksia, jotka muuten jäisivät huomaamatta. (Nabb 2010, 6.)

Vaikka Heidin ja Edwardsin esimerkissä oppilaalta edellytetään matemaattista ajattelua, prose- duurien ulkoistamisen ja laskennan piilottamisen vuoksi teknologia saa edelleen roolin mustana laatikkona (vrt. Özgün-Koca 2010, 53 & 57). Nabb (2010, 6) erottaa tällaiset CAS-sovellukset mustan laatikon menetelmistä luokittelemalla ne *vahvistajiksi* (engl. *amplifier*), sillä ne ”vahvistavat oppijan älyllistä toimintaa”.

Valkoisen laatikon menetelmästä Heid ja Edwards (2001, 131) antavat esimerkin, jossa CAS-teknologiaa hyödynnetään opetusvälineenä symbolisen käsittelyn toimintamallien opiskelussa. Esimerkissä ratkaistaan ensimmäisen asteen yhtälöä vaiheittain siten, että oppilas päättää ratkaisuprosessin kunkin askeleen, mutta antaa ne koneen laskettavaksi. Koneen tuottaman välittömän palautteen (so. lasketun välivaiheen) avulla oppilas arvioi valintansa mielekkyyttä ja edelleen ratkaisuprosessin seuraavaa askelta. Kuvioissa 4 ja 5 havainnollistetaan, miten yhtälön ratkaiseminen saattaisi Heid ja Edwardsin mukaan edetä. Kuvioista 4 käy ilmi, miten oppilas näkee ja joutuu käsittelemään myös ratkaisun kannalta epäedullisen valinnan seuraukset. Koneen antaman välittömän ja neutraalin palautteen vuoksi valkoisen laatikon menetelmällä on todettu olevan erityistä episteesmistä arvoa symbolisen käsittelyyn liittyvän käsitteellisen ymmärryksen muodostamiselle. (Heid & Edwards 2001, 131; Nabb 2010, 6.)

Kuvio 4. Laskin antaa välittömän ja neutraalin palautteen ratkaisuprosessin harha-askeleesta.

Kuvio 5. Korjauksen myötä x :n arvo ratkeaa.

Monipuolinen, luonteva ja tehokas CAS-teknologian hyödyntäminen matematiikan opetuksessa edellyttäne, että tehtävien laadinnassa ja opetuksessa huomioidaan sekä mustan että valkoisen laatikon menetelmät. Tällöin kyseeseen tulee myös menetelmien välisen suhteen sekä niiden käytön järjestyksen miettiminen suhteessa oppilaiden kehitystasoon (vrt. Buchberger 1990; Silfverberg 2001, 153; Heid & Edwards 2001, 132; Özgün-Koca 2010, 54). Yksilöllisesti tehtyjen menetelmällisten painotusten myötä CAS-teknologiassa on myös nähty potentiaalia opetuksen eriyttämisen välineenä (ks. esim. Silfverberg 2001, 153; Forgasz & Griffith 2006, 27).

3 CAS-teknologian käyttöaikomusten tutkiminen

Lukion opettajilla on Lukion opetussuunnitelman perusteiden (Opetushallitus 2003) puitteissa melko vapaat kädet valita opetusmenetelmänsä ja -välineensä. Siten myös CAS-teknologian saama rooli lukion matematiikan opetuksessa on pitkälti kiinni yksittäisten opettajien tekemistä didaktisista valinnoista eli siitä, missä määrin he huomioivat työkalut opetuksessaan ja miten.

CAS-teknologian käyttöönotto opetuksessa edellyttää kuitenkin merkittäviä muutoksia käyttäytymisessä opettajilta, joiden omat kokemukset koulumatematiikasta kytkeytyvät syvästi kynäpaperi -menetelmiin (Pierce & Ball 2009, 300). Niin ikään nyt ja lähitulevaisuudessa valmistuvilta matematiikan opettajilta CAS-teknologian huomioiminen tulevassa työssään edellyttää toisenlaista käyttäytymistä kuin minkä he ovat omaksuneet omilta koulu- ja opiskeluajoiltaan.

Perustavaa laatua oleva kysymys on, mitkä tekijät vaikuttavat opettajien aikomuksiin ottaa tai olla ottamatta CAS-menetelmät osaksi matematiikan opetuksen arkea? Icek Ajzenin (1991) *suunnitellun käyttäytymisen teoria* (engl. *The Theory of Planned Behavior*) tarjoaa hedelmällisen teoreettisen viitekehyksen vastauksen etsimiseen.

3.1 Suunnitellun käyttäytymisen teoria

3.1.1 Intentio käyttäytymisen edeltäjänä

Suunnitellun käyttäytymisen teoriassa ihmisen käyttäytymistä selitetään varsinaista toimintaa edeltävällä *intentiolla* sekä *toimintakyvyllä* käyttäytyä kyseessä olevalla tavalla. Intentiolla, eli käyttäytymisaikomuksella, viitataan käyttäytymistä ohjaaviin motivationaalisiin tekijöihin, kuten siihen, kuinka voimakkaasti yksilö tahtoo toimia tietyllä tavalla ja kuinka suuria ponnisteluja hän on suunnitellut käyttävänsä voidakseen käyttäytyä näin. (Ajzen 1991, 181–182.)

Toimintakyvyllä tarkoitetaan toiminnan edellyttämiä mahdollisuuksia ja resursseja kuten aikaa, taitoja, rahaa ja toisten ihmisten myötävaikutusta. Tätä kykyä Ajzen kutsuu *todelliseksi käyttäytymisen kontrolliksi* (engl. *actual behavioral control*). (Ajzen 1991, 182.) Lopulta, tilaisuuden tullen (so. todellisen käyttäytymisen kontrollin ollessa riittävä), Ajzen olettaa ihmisen toimivan intentionsa mukaisesti. Täten intentio nähdään käyttäytymisen välittömänä edeltäjänä. (Ajzen 2006, 1; Ajzen 1991, 182.)

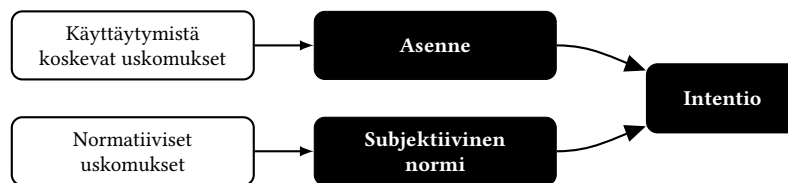
Teorian tekemä oletus intention ja käyttäytymisen välisestä yhteydestä on peritty Martin Fishbeinin ja Ajzenin 1970-luvulla kehittelemästä *perustellun toiminnan teoriasta* (engl. *The Theory of Reasoned Action*). Itse asiassa suunnitellun käyttäytymisen teoria on varsin suoraviivainen laajennos Fishbeinin ja Ajzenin teoriasta. Täydennetty viitekehys soveltuu edeltäjänsä paremmin myös sellaisen käyttäytymisen tutkimiseen, missä yksilön vapaata tahtoa toimia on rajoitettu. Alkuperäisen teorian tavoin suunnitellun käyttäytymisen teorian painopiste on varsinaisen käyttäytymisen tarkastelun sijaan intentiossa. (Ajzen 1991, 181; Fishbein & Ajzen 1975, 382.)

3.1.2 Intentiota määräävät tekijät

Suunnitellun käyttäytymisen teorian mukaan ihmisen intentiota käyttäytyä tietyllä tavalla määrää kolme käsitteellisesti toisistaan riippumatonta tekijää. Nämä ovat: *asenne* (käyttäytymistä kohtaan) (engl. *attitude*), *subjektiivinen normi* (*subjective norm*) ja *koettu käyttäytymisen kontrolli* (*perceived behavioral control*). (Ajzen 1991, 188; Ajzen 2006, 1.)

Asenteella tarkoitetaan yksinkertaisesti sitä, kuinka myönteiseksi tai kielteiseksi henkilö arvioi kyseessä olevan käyttäytymisen (Ajzen 1991, 188). Ajzenin (2006, 1) mukaan asenne palautuu edelleen yksilön uskomuksiin käyttäytymisen todennäköisistä seurauksista sekä arvioon oletettujen seurausten suotuisuudesta. Mikäli käyttäytymisellä odotetaan olevan enimmäkseen myönteisiä seurauksia, niin asenne käyttäytymistä kohtaan muodostuu positiiviseksi. Vastaavasti uskomukset kielteisistä seurauksista implikoivat negatiivista asennetta. (Ajzen 1991, 191.)

Subjektiivisella normilla viitataan henkilön kokemaan sosiaaliseen paineeseen käyttäytyä tai olla käyttäytymättä kyseisellä tavalla (Ajzen 1991, 188). Subjektiivisen normin taustalla vaikuttavat yksilön uskomukset muiden ihmisten normatiivisista odotuksista sekä se, missä määrin hän on kiinnostunut toimimaan näiden oletettujen odotusten mukaisesti (Ajzen 2006, 1). Toisin sanoen, nämä *normatiiviset uskomukset* liittyvät siihen todennäköisyyteen, millä yksilö uskoo tärkeinä pitamiensä ihmisten tai ihmisryhmien arvottavan kyseessä olevan käyttäytymisen hyväksyttäväksi tai paheksuttavaksi (Ajzen 1991, 195).



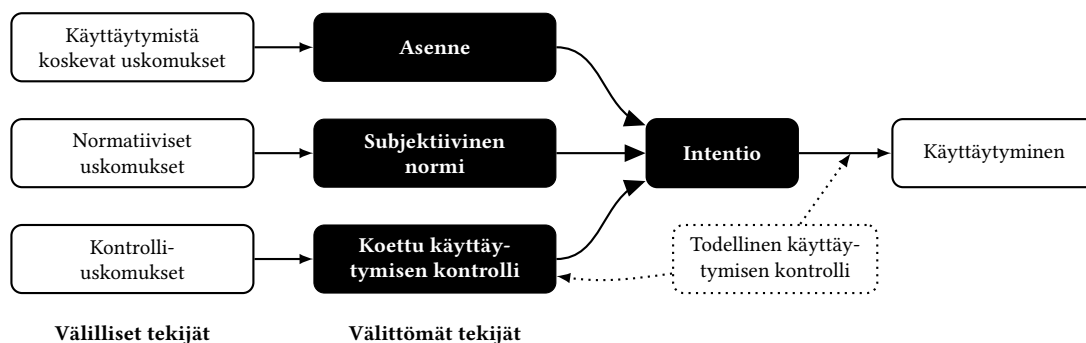
Kuvio 6. Perustellun toiminnan teoria (Fishbein & Ajzen 1975, 334).

Kaksi ensimmäistä intention taustatekijää on peritty suoraan perustellun toiminnan teorias-
ta, jonka sisältö on tiivistetty Kuvioon 6. Merkittävin ero perustellun toiminnan ja suunnitellun käyttäytymisen teorioiden välillä lienee se, että jälkimmäisessä intentiolle nimetään kolmas tekijä. (Ajzen 1991, 183, Fishbein & Ajzen 1975, 333–334.)

Koetulla käyttäytymisen kontrollilla tarkoitetaan sitä, kuinka vaivattomaksi henkilö kokee ky-
seisen käyttäytymisen aiempien kokemustensa ja olettamiensa esteiden perusteella (Ajzen 1991, 188). Koettu käyttäytymisen kontrolli perustuu *kontrolliuskomuksiin* eli uskomuksiin toiminnan mahdollistavien ja estävien tekijöiden olemassaolosta sekä käsityksiin niiden voimakkuudesta (Ajzen 2006, 1).

Suunnitellun käyttäytymisen teoria esittää, että mitä suotuisampia henkilön asenne ja subjektiivinen normi ovat käyttäytymistä kohtaan sekä mitä enemmän henkilö kokee voivansa vaikuttaa ja hallita toimintaansa, sitä vahvempi intentio hänellä on käyttäytyä kyseessä olevalla tavalla (Ajzen 1991, 188). Kolmea intention päätekijää kutsutaan intention *välittömiksi tekijöiksi* ja näitä vastaavia

uskomuksia *välillisiksi tekijöiksi* (Lee ym. 2010, 153). Teorian oletamat käsitteiden väliset suhteet on havainnollistettu Kuviossa 7.



Kuvio 7. Suunnittelun käyttäytymisen teoria Ajzenin (2006) kaaviota mukaillen.

3.1.3 Suunnittelun käyttäytymisen teorian sovelluksia

Suunnittelun käyttäytymisen teoriaa on hyödynnetty teoreettisena viitekehystenä erityisesti sosiaali- ja terveystieteellisessä tutkimuksessa (ks. Ajzen 2013). Tutkimuksen kohteina ovat olleet niin potilaiden intentiot muuttaa käyttäytymistään kuin muutokset hoitohenkilökunnan ammatillisessa toiminnassa. 2000-luvulla viitekehys on saanut jonkin verran huomiota myös didaktisessa tutkimuksessa:

Sugar ym. (2005) raportoivat positiivisista kokemuksistaan sovellettuaan teoriaa opettajien teknologia-asenteiden tutkimiseen. Sittemmin teoriaa on koeteltu erilaisin tutkimusasetelmin opetusteknologian integrointia koskevassa tutkimuksessa. Esimerkiksi Lee ym. (2010) käyttivät teoriaa selvittäessään opettajien aikomuksia käyttää teknologiaa oppituntien laatimisessa ja toteutuksessa. Tässä tutkimusasetelmassa intentiota selittivät parhaiten opettajien odotukset teknologian tuomasta opetuksellisesta hyödyistä (asenne). Opettajat olivat vähemmän kiinnostuneita muiden mielipiteistä (subjektiivinen normi) ja välittivät sitäkin vähemmän muista mahdollisista sisäisistä tai ulkoisista rajoitteista (koettu käyttäytymisen kontrolli). Teo ja Lee (2010) hyödynsivät teoriaa tutkiessaan singaporelaisten opettajaopiskelijoiden aikomuksia käyttää teknologiaa. Myös tässä tutkimuksessa asenne teknologiaa kohtaan oli selvästi vahvin intention selittäjä.

Pierce ja Ball (2009) rakensivat Ajzenin teorian pohjalta mittarin tutkiessaan australialaisten toisen asteen matematiikan opettajien laskentateknologian käyttöaikomuksiin vaikuttavia käsityksiä. Tutkimus toteutettiin Victorian osavaltiossa, jossa – vastaavasti kuin Suomessa nyt – symboliset laskimet oli hiljattain sallittu toisen asteen päättökokeissa. Pierce ja Ball toivat tutkimuksellaan esiin opetusteknologian opetuskäyttöä edistäviä ja estäviä tekijöitä varsinaisten intentioiden jäädessä pienemmälle huomiolle. Näitä tekijöitä jäsennetään seuraavassa luvussa.

3.2 Laskentateknologian opetuskäyttöaikomuksia ohjaavia tekijöitä

Edelliset tutkimukset antavat ymmärtää, että suunnitellun käyttäytymisen teoria tarjoaa pätevän viitekehyksen opettajien opusteknologian käyttöaikomuksiin vaikuttavien tekijöiden tunnistamiseksi. Teorian soveltaminen CAS-kontekstissa vaikuttaa erityisen houkuttelevalta nykytilanteessa, missä teknologian status matematiikan ylioppilaskokeessa on muuttunut. Viitekehyksen puitteissa voidaan saada tietoa siitä, missä määrin (tulevien) lukion matematiikan opettajien CAS-teknologian käyttöaikoja ohjaavat heidän omat asenteet ja missä määrin heidän kokema ulkoinen paine. Miten opettajien käsitykset omista kyvyistään ja mahdollisuuksistaan käyttää teknologiaa vaikuttavat intention?

Seuraavaksi Ajzenin teoria valjastetaan CAS-teknologian käyttöaikomusten tutkimiseen. Tätä varten aiemmassa tutkimuksessa tunnistettuja opettajien laskentateknologian käyttöaikomuksia edistäviä ja estäviä tekijöitä projisoidaan teorian käsiterakenteeseen.

3.2.1 Asenne teknologian opetuskäyttöä kohtaan

Suunnitellun käyttäytymisen teorian mukaan yksilön asenne käyttäytymistä kohtaan määräytyy hänen uskomuksistaan toiminnan todennäköisistä seuraamuksista. Kun pyritään ymmärtämään opettajien intentioita käyttää CAS-teknologiaa matematiikan opetuksessa, opettajien odotukset teknologian käytön seurauksista ovat keskeisessä osassa.

Tutkimusraporteissa toistuu joitakin vakioteemoja, joiden puitteissa opettajat tuntuvat arvioivan laskentateknologian käyttöä. Artikkelikatsauksen perusteella opettajien teknologian opetuskäyttöön kohdistuvien asenteiden taustalla näyttäisi vaikuttavan usein ainakin uskomukset käytön vaikutuksista oppilaiden i) matematiikan oppimiseen, ii) asenteeseen matematiikan opiskelua kohtaan sekä heidän iii) tasa-arvoiseen huomioimiseen opetuksessa (vrt. Piercen ja Ballin (2009, 301–303) samansuuntaiset havainnot).

Matematiikan oppiminen

Merkittävä osa CAS-teknologian ympärillä käydystä didaktisesta keskustelusta on liittynyt siihen, minkälaisia vaikutuksia teknologian käytöllä on matematiikan ymmärtämiseen ja oppimiseen. Luvussa 2.4 painopiste oli teknologian käytön pedagogisissa, erityisesti matematiikan oppimista edistävissä, *mahdollisuuksissa*. Niin Suomessa käyty julkinen keskustelu kuin kansainvälinen empiirinen tutkimus osoittavat, että opettajilla on monesti laskentateknologian käytön vaikutuksista täysin vastakkaisia odotuksia.

Osa opettajien vaihtelevasta suhtautumista CAS-teknologiaan saattaa selittyä jo sillä, että käsitykset siitä, mitä matematiikan ymmärtämisellä tarkoitetaan, vaihtelevat (vrt. Pierce & Ball 2009, 302). Pyrittäessä selittämään CAS-teknologian käyttöä koskevia asenteita, on tarpeen täsmentää, mitä matematiikan ymmärtämisellä kulloinkin tarkoitetaan sekä miten teknologian käytön uskotaan edistävän tai estävän tämän toteutumista (vrt. Ajzen 1991, 191).

Silfverberg (2001, 157) raportoi suomalaisopettajien huolista siitä miten, laskentateknologian käyttö heikentää niin proseduraalista sujuvuutta ("rutiineja ei opita"), käsitteellistä ymmärtämistä ("käsitteitä ei opita") ja mukautuvaa päättelyä ("oppilaat eivät ymmärrä, mitä kone tekee"). Niin ikään Forgasz ja Griffith (2006, 27) raportoivat australialaisopettajien samankaltaisista huolenaiheista: teknologian käytön myötä opiskelijat oppivat ehkä käyttämään laskinta ja päätyvät useammin oikeaan tulokseen (vrt. muuttuva proseduraalinen sujuvuus), mutta ymmärrys käsitteistä tai omasta tekemisestään heikentyy.

Sekä Piercen ja Ballin (2009) että Forgaszin ja Griffithin (2006) tutkimusten perusteella australialaisopettajien⁵ odotukset laskentateknologian käytön vaikutuksesta matematiikan ymmärtämiseen olivat enemmän optimistisia kuin pessimistisiä. Piercen ja Ballin (2009, 309) kyselytutkimukseen osallistuneista opettajista ($N = 92$) peräti 79 prosenttia uskoi, että teknologian avulla opiskelijat voivat saavuttaa syvempää matemaattista ymmärrystä kuin mitä kynä–paperi -menetelmin on mahdollista. Forgasz ja Griffith (2006, 26) raportoivat opettajien odotuksista siitä, miten CAS-teknologian käytön myötä opiskelijoilta voidaan edellyttää aiempaa kehittyneempää matemaattista ajatuksenjuoksua (vrt. mukautuva päättely).

Asenne matematiikan opiskelua kohtaan

Pierce ja Ball (2009, 302–303) arvioivat, että opettajien käsitykset opiskelijoiden asenteista matematiikkaa kohtaan ovat merkittävässä asemassa, kun he harkitsevat teknologian käyttöönottoa opetuksessa. Silfverberg (2001) raportoi suomalaisopettajien huolesta oppilaiden matematiikkakäsitysten muuttumisesta laskentateknologian käytön myötä epätoivottavaan suuntaan. Ensinnäkin, teknologian arveltiin tuottavan laiskistumista: opettajat uskoivat, että teknologian suomien funktionaalisten mahdollisuuksin vuoksi rutiineja, käsitteitä ja teoriaa ei enää *haluta* oppia. Toisekseen, osa opettajista uskoi teknologian käytön lisääntymisen lisäävän oppilaiden matematiikkapelkoja. (Silfverberg 2001, 158.)

Toisaalta teknologian käytön on usein nähty nostavan opiskelijoiden opiskeluintoa ja motivaatiota (Pierce & Ball 2009, 302–303; Järvelä ym. 2006, 61). Piercen ja Ballin (2009, 307) tutkimuksessa yli puolet opettajista odotti matematiikan opiskelumotivaation kasvavan teknologian käytön myötä ja jopa 86 prosenttia opettajista uskoi matematiikasta tulevan opiskelijoille miellyttävämpää. Myös Silfverbergin (2001, 158) tutkimuksessa tuli esiin opettajien näkemys siitä, että teknologian käytön lisääntymisen myötä joidenkin opiskelijoiden silmissä matematiikan imago saattaa muuttua positiivisemmaksi.

Tasa-arvokysymys

Laskentateknologian käytöllä on oletettu olevan sekä opiskelijoiden tasa-arvoa heikentäviä että vahvistavia vaikutuksia. Opettajat ovat arvioineet teknologian käytön lisäävän eriarvoisuutta ainakin

⁵Myös Forgaszin ja Griffithin tutkimus toteutettiin Victorian osavaltiossa. Ajallisesti tutkimus sijoittui CAS-laskimet päättökokeessa sallivan päätöksen ja toimeenpanon välille. (Forgasz & Griffith 2006, 24.)

taloudellisesti varakkaiden ja vähävaraisten perheiden lasten (esim. Silfverberg 2001, 156–158; Pierce & Ball 2009, 305), tyttöjen ja poikien (Pierce & Ball 2009, 303) sekä matematiikassa hyvin ja heikosti pärjäävien oppilaiden välillä (esim. Forgasz & Griffith 2006, 27). MAOLin kyselyyn vastanneista suomalaisopettajista ja -tutkijoista ($N = 92$) peräti 70 prosenttia uskoi CAS-laskinten tavalla tai toisella lisäävän opiskelijoiden välistä eriarvoisuutta (Setälä 2013, 33).

Käänteisesti, opettajat ovat arvelleet CAS-teknologian myös edistävän opiskelijoiden välistä tasa-arvoa, sillä työkalut luovat heikommin menestyville opiskelijoille itsevarmuutta ja auttavat heitä suoriutumaan proseduureista, jotka ilman apuvälineitä jäisivät puolitiehen (Forgasz & Griffith 2006, 27). Toisin sanoen, CAS on nähty eräänlaisena, erityisesti matematiikassa muita heikommin pärjääviä opiskelijoita palvelevana, *matemaattisena kompensationsena* (Kutzler 2000).

3.2.2 Subjektiivinen normi

Suunnitellun käyttäytymisen teorian mukaan erot käyttäytymisaikomuksissa eivät yleensä selity yksistään vaihtelevilla asenteilla. Ajzen nimeää intention toiseksi selittäväksi tekijäksi subjektiivisen normin. Opettajien CAS-teknologian käyttöaikomuksia tutkittaessa subjektiivisella normilla viitataan opettajien kokemaan sosiaaliseen paineeseen käyttää tai olla käyttämättä teknologiaa opetuksessa. Teoria antaa toisin sanoen ymmärtää, että tällöin opettajan intention vaikuttaa se, miten hän kokee työkalujen käytön sopivan kouluyhteisössä vallitsevaan kulttuuriin (Pierce & Ball 2009, 303).

Subjektiivisen normin taustalla vaikuttavia normatiivisia uskomuksia tutkittaessa ollaan usein kiinnostuneita mittaamaan eri ihmisryhmien osuutta sosiaalisen paineen lähteinä (Ajzen 2006, 12; Francis ym. 2004, 18–20). Opettajien opetusteknologian käyttöaikeita koskevassa tutkimuksessa huomio on tällöin ollut ainakin rehtorin, kollegoiden, oppilaiden ja oppilaiden vanhempien oletetuissa mielipiteissä sekä niille annetuissa painoarvoissa (ks. esim. Pierce & Ball 2009, 303; Lee ym. 2010, 158). Esimerkiksi Silfverberg (2001, 158) sekä Pierce ja Ball (2009, 304) ovat esittäneet, että vanhempien opettajien konservatiiviset näkemykset opetusmenetelmistä yhdistettynä heidän arvovaltaansa saattaa estää nuorempia opettajia hyödyntämästä teknologiaa opetuksessa.

3.2.3 Koettu käyttäytymisen kontrolli

Kolmas intentiota selittävä tekijä Ajzenin teorian mukaan on koettu käyttäytymisen kontrolli, jolla viitataan yksilön varmuuteen siitä, että hän on kykenevä toimimaan kyseessä olevalla tavalla (Ajzen 2006, 7). Käsite on lähellä Albert Banduran *minäpystyvyys* -käsitettä (engl. *self-efficacy*), jolla – lyhyesti sanottuna – viitataan yksilön uskoon omista kyvyistään toimia. Koettu käyttäytymisen kontrolli kattaa lisäksi yksilön uskomukset siitä, missä määrin toiminta on hänen itsensä hallittavissa ja missä määrin käyttäytymistä ohjaa hänen hallitsemattomina pitämät tekijät. (Ajzen 1991, 184; Ajzen 2006, 7; Francis ym. 2004, 21.)

Piercen ja Ballin (2009, 304) mukaan opettajien opetusteknologian käyttöaikeita ohjaavat ainakin heidän uskomuksensa omista teknologian käyttöön liittyvistä tiedoista ja taidoista; teknologian käy-

tön opetteluun vaatimasta ylimääräisestä ajasta; teknologian hankinnan vaatimista lisäkustannuksista sekä muista ulkoisista rajoitteista. Myös Silfverberg (2001, 156–157) toi esiin suomalaisopettajien käsityksiä siitä, miten puutteellinen osaaminen sekä niin taloudellisten kuin aika- ja tilaresurssien niukkuus rajoittavat laskentateknologian käytön lisäämistä.

3.2.4 Muuttuva ylioppilaskoe, muuttuvat intentiot

Ajzenin (1991, 206) mukaan käyttäytymiseen kohdistuvan asenteen, subjektiivisen normin sekä koe-tun käyttäytymisen kontrollin on usein yhdessä havaittu ennustavan intentiota tarkasti. Intentio-ta selittävien tekijöiden suhteellisen merkityksen oletetaan riippuvan sekä tarkastelun kohteena olevasta käyttäytymisestä että vallitsevista olosuhteista (Ajzen 1991, 188). Toisin sanoen, aiemmis-ta, eri olosuhteissa tehdyistä havainnoista ei voida tehdä suoria johtopäätöksiä siitä, miten CAS-teknologian käyttöaikomukset selittyvät nyky-Suomessa. Yksistään uudistetulla ylioppilaskokeen laskinohjeella saattaa olla monenlaisia välillisiä vaikutuksia opettajien intentioihin.

Tiedetään, että opiskelijoiden menestyminen ylioppilaskokeessa on monelle opettajalle lukion matematiikan opintojen keskeinen tavoite (Joutsenlahti 2005, 32). Jos laskentateknologian käyttö on sallittu päättökokeessa, on ymmärrettävää, että koemenestystä arvostavat opettajat haluavat auttaa opiskelijoita valmistautumaan kokeeseen käyttämällä vastaavaa teknologiaa opetuksessaan. Vastaa-vasti kokeessa kielletyllä teknologialla ei välttämättä nähdä olevan arvoa opetuksessakaan. (Özgün-Koca 2010, 50; Silfverberg 2001, 157.) Täten CAS-laskinten salliminen kokeessa saattaa muuttaa opet-tajien asennetta CAS-teknologian opetuskäyttöä kohtaan myönteisempään suuntaan.⁶

Toisaalta laskinohjeen välityksellä lukiolaisille jyvitettyt laitehankinnat lisäävät opetuksessa käytössä olevia resursseja. Resurssien lisääntyminen saattaa vahvistaa niin opettajien kokemaa kuin todellista käyttäytymisen kontrollia. Edelleen, laskinohjeen kiihdyttämä keskustelu CAS-teknologiasta sekä opiskelijoiden kasvavat odotukset teknologian opetuskäytöstä saattavat lisätä opettajien kokemaa sosiaalista painetta huomioida teknologia paremmin opetuksessa.

3.3 Työvälineen geneesi

CAS käsitetään usein monipuolisena ja mukautuvana työkaluna, jonka käyttötarkoitus on käyttä-jän määriteltävissä (Pierce & Stacey 2010, 3). Toisaalta, laitteet ja ohjelmistot sisältävät itsessään niiden käyttöä ohjaavia ja määrittäviä rajoitteita (vrt. *todellinen* käyttäytymisen kontrolli). Trouche (2004, 290–291) nimeää näistä *sisäiset rajoitteet* (mitä työkalu ylipäänsä ”osaa” tehdä), *komentora-joitteet* (mitä komentoja on käytettävissä) ja *organisointirajoitteet* (miten käytössä olevat komennot on organisoitu käyttöliittymäksi). Toisin sanoen, olipa opettajan intentio CAS-teknologian käyt-töä kohtaan kuinka korkea tahansa, työkalut eivät spontaanisti tai automaattisesti mukaudu hänen odotuksiinsa ja mieltymyksiinsä (vrt. Nabb 2010, 2; Artigue 2002, 250).

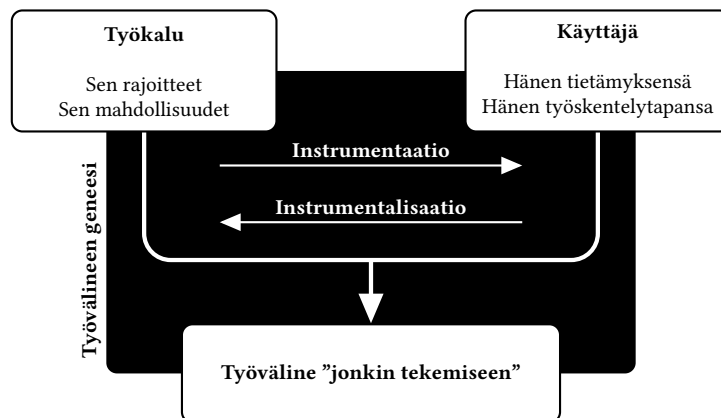
⁶MAOLin kyselyn tulosten perusteella odotukset asennemuutoksesta kannattaa kuitenkin pitää maltillisina. Alle 40 prosenttia tutkimukseen osallistuneista opettajista piti CAS-laskinten sallimista kokeessa hyvänä asiana lukion mate-matiikan opetuksen kannalta. (Setälä 2013, 33.)

Etenkin ranskalaiset CAS-tutkijat ovat korostaneet CAS-teknologian aktuaalisen käyttöönoton kompleksisuutta (ks. esim. Artigue 2002; Trouche 2004; Monaghan 2007). Heidän 2000-luvun vaihteessa tunnetuksi tekemä ajatus *työvälineen geneesistä* (engl. *instrumental genesis*)⁷ on auttanut jäsentämään teknologian haltuunottoon liittyviä yksilöllisiä prosesseja. Geneesin ymmärtämiseksi CAS-kontekstissa on eroteltava termin ”CAS-teknologia” tulkinta *artefaktina* ja *työvälineenä* (*instrument*).

Artefaktilla viitataan tässä ihmisen materiaalisiin luomuksiin, joille on asetettu jokin tarkoitus (vrt. Artigue 2002, 250; Monaghan 2007, 64; Säljö 2004, 27–32). *Työkalu* (*tool*) on artefakti, jonka on tarkoitus suorittaa tehtäviä (Monaghan 2007, 64). Luvussa 2.1 CAS-teknologia määriteltiin tietyt ehdot täyttäväksi tietotekniseksi matematiikan työkaluksi. Määritelmä kokosi siten tietyn artefaktien (so. symbolisen laskennan työkalujen) joukon yhden käsitteen alle.

Työkalusta (CAS-teknologiasta) kehittyy *työväline*, kun se saa paikan subjektin (kuten oppijan, opettajan tai tutkijan) ja tehtävien (kuten matemaattisten ongelmien ratkaisemisen tai matemaattisten ideoiden opettamisen ja opiskelun) välillä.⁸ Tätä prosessia kutsutaan työvälineen geneesiksi. Geneesi tapahtuu subjektin, eli käyttäjän, ja työkalun välillä, ja se on kaksisuuntainen (Kuvio 8).

Ensimmäistä suuntaa, käyttäjästä työkaluun, kutsutaan *instrumentalisaatioksi* (*instrumentalisation*). Siinä käyttäjä asettaa työkalulle asteittain erilaisia odotuksia ja lopulta muuntaa sen tiettyä käyttöä palvelevaksi. Toista eli käyttäjään kohdistuvaa suuntaa kutsutaan *instrumentaatioksi* (*instrumentation*). Instrumentaatioissa sekä työkalun rajoitteet että sen tarjoamat mahdollisuudet muokkaavat käyttäjän skeemoja ja toimintaa. (Trouche 2004, 289–295; Artigue 2002, 250; Monaghan 2007, 65.)



Kuvio 8. Työvälineen geneesi on kaksisuuntainen prosessi (Trouche 2004, 289).

⁷Käsitteellä ei toistaiseksi ole vakiintunutta suomennosta. Korhonen (2012) on käyttänyt käännöstä ”välineen haltuunotto”. Tofferi (2013, 31–32) puhuu pro gradu -tutkielmassaan ”instrumentin muodostumisesta”. Tässä työssä käsitteelle ehdotetaan – kömpelyydenkin uhalla – käännöstä, joka säilyttää (pian kuvailtavan) ajatuksen työvälineen synnystä ja positiosta.

⁸Trouche (2004, 285) vertaa työvälinettä ”ihmisen kehon jatkeeksi, toiminnalliseksi elimeksi, joka koostuu artefaktikomponentista [...] ja psykologisesta komponentista”.

Alkujaan viitekehystä hyödynnettiin Ranskassa opiskelijoiden CAS-teknologian haltuunoton tutkimisessa (ks. esim. Artigue 2002). Sitten sen puitteissa on jäsennetty myös opettajien roolia työvälineen geneesin ohjaajina (ks. esim. Trouche 2004; Drijvers ym. 2010).⁹ Nykytilanteessa, missä opettajilla ei ole kokemusta CAS-teknologian käytöstä omilta kouluajoiltaan, työvälineen geneesi on relevantti näkökulma myös heidän omaan CAS-teknologian haltuunoton tarkasteluun. Opettajien läpikäymät prosessit kuitenkin eronnevat oppilaiden prosesseista, sillä heillä on *a priori* erilainen suhde matematiikkaan ja siihen liittyviin työkaluihin. (Vrt. Monaghan 2007, 67.)

Tutkielman empiiristä osaa ajatellen on syytä korostaa kahta instrumentalisaation piirrettä. Ensimmäkin, instrumentalisaatio korostaa työkaluun kohdistuvien subjektiivisten käsitysten vaikutusta siihen, *minkälaiseksi* työväline syntyy. Trouche raportoi väitöskirjassaan, miten opiskelijoiden käsitykset matematiikan ja laskimen välisestä suhteesta vaikuttivat laskimen haltuunottoon raja-arvon opiskelussa. Trouche huomasi, että samat laskimen tarjoamat toiminnot saivat eri merkityksiä työkalun käyttöön eri lailla orientoituneilla opiskelijoilla. (Artigue 2002, 253–255.) Monaghan (2007, 67) siirtää huomion opettajiin ja peräänkuuluttaa myös heidän CAS-teknologialle asettamien odotusten merkitystä työvälineen syntyprosessissa. Ennakkokäsitykset koulumatematiikasta ja siitä, mitä annettavaa CAS-teknologialla on tälle ja miten, ovat keskeinen osa opettajien instrumentalisaation alkuasetelmaa. Edelleen se, minkälaiseksi työväline syntyy opettajalle, vaikuttanee CAS-teknologian saamaan rooliin matematiikan opetuksessa.

Toisekseen, instrumentalisaatiossa yksilön käsityksiä ja odotuksia työvälineestä ei ajatella muuttumattomiksi, vaan ne kehittyvät käytön myötä (Trouche 2004, 295). Ajatus korostuu CAS-pedagogiikan kontekstissa, koska CAS-teknologiaa ei alkujaan edes ajateltu opetusvälineeksi (Trouche 2004, 295; Monaghan 2007, 67; vrt. Luku 2.2). Käsitysten muuttuvuus on välttämätöntä huomioida silloin, kun tutkitaan CAS-ympäristön suhteen verrattain kokemattomien opettajien (tai opettajaopiskelijoiden) CAS-teknologian käyttöaikomuksia.

⁹Tästä oppijoiden ohjauksesta Trouche (2004) käyttää nimitystä *instrumental orchestration*.

4 Tutkimustehtävät

Tutkielman empiirisen osan keskiön muodostavat matemaattisten aineiden opettajaopiskelijoiden käsitykset CAS-teknologian roolista tulevassa työssään lukion opettajina. Tutkimuksessa pyritään yhtäältä selvittämään, minkälaisia teknologian käyttötapoja opiskelijat pitävät mielekkäinä lukion matematiikan opetuksessa (vrt. Özgün-Koca 2010). Toisaalta, työssä ollaan kiinnostuneita opiskelijoiden CAS-teknologian käyttöaikeista ja aikeita selittävistä tekijöistä (vrt. esim. Pierce & Ball 2009). Näkökulmat yhdistämällä pyritään saamaan hyvä kokonaiskuva ”tienhaarassa” (ks. Johdanto) olevien tulevien opettajien suhteesta CAS-teknologiaan.

Teknologian käyttöä koskevia uskomuksia ei oleteta muuttumattomiksi. Niin tulevan työympäristön kuin teknologian käytön itsessään odotetaan muokkaavan opiskelijoiden (sitten opettajien) ja teknologian välistä suhdetta. Tässä tutkimuksessa näiden tekijöiden vaikutus sivuutetaan. Näin ollen teknologian *aktuaalista* käyttöä ei myöskään pyritä ennustamaan.

Opetusteknologiaa koskevien käsitysten ollessa muuttuvia niihin voidaan pyrkiä myös vaikuttamaan. Tutkimuksen keskeinen motiivi onkin ollut opettajankoulutuksen kehittäminen. Ensinnäkin, teknologia-asenteiden ja käyttöaikomusten taustalla vaikuttavien tekijöiden tunnistamisen myötä aineenopettajaopiskelijoita pystytään ehkä jatkossa ohjaamaan entistä paremmin heidän ammatillisessa kehityksessään (vrt. Özgün-Koca 2010, 55). Toisekseen, selvitystyö saattaa auttaa opettajien täydennyskoulutustarpeen – sekä määrän että sisältöjen – arviointia.

Tässä tutkimuksessa:

- Pyritään saamaan kokonaiskuva pedagogisten opintojensa loppuvaiheessa olevien matemaattisten aineiden opettajaopiskelijoiden CAS-teknologian opetuskäyttöä koskevista odotuksista ja asenteista sekä teknologian käyttöaikomuksista lukion pitkän matematiikan opetuksessa. Tätä varten:
 1. Selvitetään lukion opettajiksi aikovien opettajaopiskelijoiden intentioita käyttää CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetusvälineenä. *Voidaanko intentiota selittää opiskelijoiden i) asenteella CAS-teknologian käyttöä kohtaan, ii) subjektiivisella normilla ja iii) heidän kokemallaan käyttäytymisen kontrollilla?*
 2. Selvitetään opettajaopiskelijoiden odotuksia CAS-teknologian opetuskäytön vaikutuksista pitkän matematiikan opiskelijoiden matematiikan oppimiseen, opiskeluasenteeseen ja tasa-arvon toteutumiseen. *Voidaanko näihin teemoihin kytkeytyvillä uskomuksilla selittää opiskelijoiden asennetta teknologian käyttöä kohtaan?*
 3. Selvitetään minkälaisia CAS-teknologian käyttötapoja opettajaopiskelijat puoltavat matematiikan lukio-opetuksessa. *Voidaanko käyttösovellusten arviointien perusteella tunnistaa potentiaalisesti erilaisia teknologian käyttäjäryhmiä?*

Ensimmäisen tutkimustehtävän puitteissa asetetaan kolme hypoteesia:

H1: Opiskelijoiden asenne CAS-teknologian säännöllistä käyttöä kohtaan lukion pitkän matematiikan opetusvälineenä korreloi tilastollisesti merkitsevästi vastaavan intention kanssa.

Vastaavasti:

H2: Subjektiiivinen normi korreloi tilastollisesti merkitsevästi intention kanssa.

H3: Koettu käyttäytymisen kontrolli korreloi tilastollisesti merkitsevästi intention kanssa.

5 Tutkimuksen toteutus

5.1 Tutkimusstrategia

Tutkimuksen kohteena olivat aineenopettajaopiskelijoiden matematiikan opetusta, CAS-teknologian opetuskäyttöä ja heitä itseään koskevat uskomukset ja käsitykset. Tutkimuksessa pyrittiin yhtäältä *kuvailemaan* opiskelijoiden suhdetta teknologiaan (tutkimustehtävät 1, 2 ja 3). Toisaalta, tutkimuksen tarkoitus oli myös *selittää* teknologian opetuskäyttöön kohdistuvia asenteita ja intentioita (tehtävät 1 ja 2).

Opiskelijoiden uskomuksista ja käsityksistä oletettiin saatavan parhaiten tietoa kysymällä niistä heiltä itseltään. Tutkimuskohde oletettiin muuttuvaksi ja siten aikasidonnaiseksi, mutta tutkimustehtävät kiinnittivät tarkasteluajankohdan opettajaopintojen loppupuolelle. Tutkimus oli sidottu aikaan myös toisella olennaisella tavalla, sillä tutkimushetkellä CAS-teknologia näytti tekevän tuloaan lukion matematiikan oppitunneille.

Näiden oletusten ja huomioiden pohjalta tutkimustehtäviä lähdettiin selvittämään kvantitatiivisella kyselytutkimuksella.¹⁰ Tutkittavan ilmiön suhde aikaan ja paikkaan puolsi kertaluonteisen poikittaistutkimuksen toteuttamista (vrt. Metsämuuronen 2006, 51; Hirsjärvi ym. 2009, 177–178). Eri-laisten uskomusten ja käsitysten välisten riippuvuuksien löytämiseksi aineisto kerättiin pääasiassa monivalintakysymyksistä koostuvalla standardoidulla kyselylomakkeella. Standardoidulla tarkoitetaan tässä sitä, että kysely oli kaikille täsmälleen sama (Hirsjärvi ym. 2009, 193). Kyselylomakkeen teoreettisia taustoja avataan Luvussa 5.3.

Tutkimusstrategiset valinnat paljastavat, että tutkimus sijoittuu epistemologisten sitoumustensa puitteissa kvantitatiiviseen tutkimusperinteeseen. Tarkka lukija tulee kuitenkin huomaamaan, että niin tutkimuksessa käytetyn mittarin (eli kyselylomakkeen) laatimista kuin tulosten tulkintaa ovat värittäneet kvalitatiiviseen tutkimukseen perinteisesti liitetyt ajattelutavat ja toiminta. Tutkimuksessa on siten kyseenalaistettu historiallinen dikotomia tutkimusten jaottelusta puhtaasti kvantitatiiviseksi ja kvalitatiiviseksi (vrt. Hirsjärvi ym. 2009, 135–137).

5.2 Tutkimusjoukko

Ylioppilaskokeen laskinohjeen päivitys teki tutkimustarpeesta ajankohtaisen valtakunnan tasolla. Tutkimuksen perusjoukoksi sopisi siten *Suomen yliopistoissa lukuvuonna 2012–2013 auskultoineet matemaattisten aineiden opettajaopiskelijat*. Aineiston keräämiseen liittyvistä käytännön rajoitteista johtuen kysely päätettiin kuitenkin toteuttaa valikoiduissa aineenopettajankoulutusta järjestävissä yliopistoissa.

¹⁰Kvantitatiivisesta kyselytutkimuksesta käytetään myös nimitystä *survey-tutkimus*. Vältän survey-termin käyttöä, koska sillä viitataan usein tutkimuksiin, joissa aineisto kerätään (suuresta) perusjoukosta satunnaistetulta otokselta. (Vrt. esim. Metsämuuronen 2006, 213; Hirsjärvi ym. 2009, 134, 193.)

Tutkimusaineisto kerättiin lopulta Turun ja Tampereen yliopistoissa (ks. tarkemmin Luku 5.4). Tutkimukseen osallistuneissa yliopistossa pyrittiin tavoittamaan kaikki pedagogisten opintojen sa loppuvaiheessa olevat matemaattisten aineiden opiskelijat. Tampereella tutkimusjoukko käsitti myös Tampereen teknillisessä yliopistossa tutkintoaan suorittaneet opetusharjoittelijat.

Mikäli tutkimuksen perusjoukoksi mielletään edellä mainittujen yliopistojen opetusharjoittelijat, voidaan puhua kokonaistutkimuksesta ja välttää otannan satunnaistamiseen liittyvä problematiikka (ks. esim. Metsämuuronen 2006, 53–57). Tutkittavan ilmiön kannalta tällainen raja-
aus on kuitenkin keinotekoinen, sillä tutkimuksen kohteena eivät olleet tietyt yliopistot, vaan tämän ajan aineenopettajaopiskelijoiden käsitykset ylipäänsä. Tulosten yleistettävyyttä tutkimusjoukon ulkopuolelle pohditaan tutkielman lopussa, Luvussa 7.2.

5.3 Kyselylomakkeen laatiminen

Opettajaopiskelijoiden suhdetta CAS-teknologian opetuskäyttöön lähestyttiin tutkimustehtävien mukaisesti kolmesta näkökulmasta. Tuleviltä matematiikan opettajilta pyrittiin saamaan tietoa heidän i) intentioista CAS-teknologian opetuskäyttöä kohtaan sekä intentioita mahdollisesti selittävistä tekijöistä; ii) teknologian opetuskäyttöä koskevista uskomuksista; iii) käsityksistä työkalujen mielekkäistä käyttötavoista. Näiden selvittämiseksi laadittu mittaristo konkretisoitui nelisivuiseksi kyselylomakkeeksi, joka sisälsi kymmenen taustakysymyksen lisäksi 44 monivalintakysymystä ja yhden avoimen kysymyksen (ks. Liite 2).

Lomakkeella mitatut asiat liittyivät vastaajien subjektiivisiin tuntemuksiin, joiden mittaamiseen käytetään usein Likert-tyyppisiä asteikoita (Metsämuuronen 2006, 102). Suurimmassa osassa lomakkeen monivalintakysymyksistä käytettiin viisiportaista Likert-asteikkoa, jolla koehenkilöt arvioivat heille esitettyjä väittämiä *Täysin eri mieltä – Täysin samaa mieltä* -akselilla. Opiskelijoiden asennetta ja teknologian käytölle asetettuja odotuksia mitattiin viisiportaisella Likert-tyyppisellä asteikolla, jossa vastaajan vastakkaisten ääripäiden välille sijoittama valinta täydensi lauseen. Asteikon vastapareina käytettiin adjektiiveja (esim. *Haitallista – Hyödyllistä*) ja verbejä (esim. *Vaikeutuu – Helpotuu*).¹¹

5.3.1 Intentio ja intention välittömät tekijät

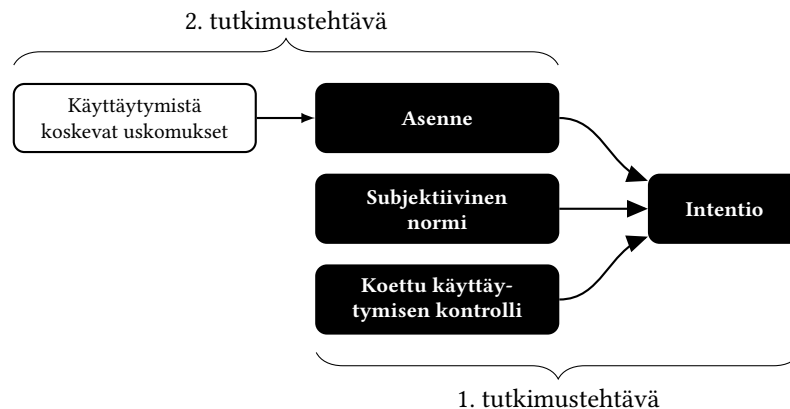
CAS-teknologian käyttöaikomuksia tutkittiin suunnitellun käyttäytymisen teorian viitekehyksessä. Mittarin rakentamisessa hyödynnettiin sekä Francisin ym. (2004) että Ajzenin (2006) laatimia metodioppaita.

Suunnitellun käyttäytymisen teoriaan pohjautuvassa kyselytutkimuksessa intentiota selittäviä tekijöitä voidaan mitata käytännössä kahdella tavalla. Mikäli ollaan kiinnostuneita ainoastaan intention kolmen välittömän tekijän osuudesta intention selittäjinä, mittaus voidaan kohdistaa suoraan

¹¹Erityisesti silloin, kun ääripäät ovat adjektiiveja, tätä asteikkoa kutsutaan *semanttiseksi differentiaaliasteikoksi*. Se on yleisesti käytetty mittari asenteiden mittaamisessa ja myös Ajzen (2011) suosittelee sen käyttämistä suunnitellun käyttäytymisen teoriaan perustuvassa tutkimuksessa (ks. myös Ajzen 1991; Ajzen 2006).

näihin. Tällöin käsitteet ”intentio”, ”asenne”, ”subjektiivinen normi” ja ”koettu käyttäytymisen kontrolli” operationalisoidaan mittarin osioiksi. Jos intention muodostumista pyritään ymmärtämään syvällisemmin, on tutkimus kohdistettava intention välillisiin tekijöihin eli populaatioissa usein esiintyviin, välittömien tekijöiden taustalla vaikuttaviin, uskomuksiin. (Francis ym. 2004; Ajzen 2006.)

Tutkimuksen ensimmäisessä tutkimustehtävässä huomio oli intentiossa ja teorian olettamissa intention välittömissä tekijöissä. Toinen tutkimustehtävä liittyi uskomuksiin käyttäytymisen todennäköisistä seurauksista, jotka teorian mukaan ovat asenteen taustalla vaikuttavia intention välillisiä tekijöitä (Kuvio 9; vrt. Luku 3.2.1; ks. tarkemmin Luku 5.3.2).



Kuvio 9. Suunnitellun käyttäytymisen teorian hyödyntäminen mittarin laadinnassa.

Käyttäytyminen

Mittarin laadintaa edelsi (intention) kohteena olevan käyttäytymisen määrittelemisen tarkoituksenmukaisella tarkkuudella (ks. Ajzen 2006, 2; Francis ym. 2004, 8). Se jäsenyi lopulta muotoon ”CAS-teknologian säännöllinen käyttäminen pitkän matematiikan opetusvälineenä”. Käyttäytymisen sanallisen muotoilun apuna käytettiin *TACT-periaatetta*. TACT tulee englannin kielen sanoista *Target, Action, Context* ja *Time* (ks. Ajzen 2006, 2; Francis ym. 2004, 8).

Tutkittavan käyttäytymisen *kohde* oli ”CAS-teknologia”, joka määriteltiin kyselyssä seuraavasti:

“ CAS-teknologialla tarkoitetaan tietoteknisiä matematiikan työvälineitä, jotka soveltuvat symboliseen laskentaan eli kykenevät käsittelemään lausekkeita ja suorittamaan laskutoimituksia symbolimuodossa. Kevästä 2012 alkaen matematiikan ylioppilaskokeessa sallitut symboliset laskimet ovat yksi esimerkki CAS-teknologiasta. ”

Toiminnan muotoilussa (”käyttäminen opetusvälineenä”) teknologian loppukäyttäjää ei kiinnitetty opettajaan tai opiskelijaan (vrt. *opettamis-* tai *opiskeluväline*). Käyttäytymisen *konteksti* oli ”pitkän matematiikan opetus”, mikä määritteli implisiittisesti myös viimeisen TACT-ulottuvuuden eli *ajan*. Mittarin suunnittelussa pyrittiin pitämään kiinni *yhteensopivuuden periaatteesta* eli huolehtimaan siitä, että sen kaikki osiot koskevat täsmälleen samaa käyttäytymistä (vrt. Ajzen 2006, 2; Francis ym. 2004, 8).

Käsitteiden operationalisointi

Koehenkilöiden intentiota selvitettiin kyselylomakkeella kahdella CAS-teknologian säännöllistä käyttöä koskevalla tahtoa ja aikomusta yleisluonteisesti mittaavalla osiolla (osiot 24 ja 27). Osiossa 28a opiskelijoita pyydettiin lisäksi arvioimaan todennäköistä CAS-teknologian käytön aktiivisuutta absoluuttisella asteikolla. (Vrt. Francis ym. 2004, 11.)¹²

Ensimmäistä intention välitöntä tekijää eli asennetta käyttäytymistä kohtaan mitattiin kolmella osiolla (osiot 13, 14 ja 15). Näistä ensimmäinen koski vastaajan CAS-teknologian säännölliseltä käytöltä odottamaa välineellistä arvoa ja toinen toimintaan liittyvää kokemuksellista puolta. Osiolla 15 pyrittiin taltioimaan kokonaiskuva vastaajan asenteesta. (Vrt. Ajzen 2006, 5; Francis ym. 2004, 13.)

Opiskelijoiden kokemaa CAS-teknologian säännölliseen opetuskäyttöön ohjaavaa sosiaalista painetta eli subjektiivista normia mitattiin niin ikään kolmella väittämällä (osiot 19, 21, 25). Subjektiivista normia mitatessa koehenkilön käsitykset tärkeinä pitämiensä ihmisten mielipiteistä ovat keskeisessä asemassa (ks. osio 21). Intention välittömien tekijöiden selvittämisen kannalta on kuitenkin toissijaista keitä nämä ihmiset tarkalleen ottaen ovat. (Vrt. Francis ym. 2004, 17.)

Koettua käyttäytymisen kontrollia selvitettiin neljällä väittämällä. Osiot 20 ja 22 liittyivät minäpystyvyyteen eli koehenkilöiden itseluottamukseen ja käsityksiin omista taidoistaan. Osiot 23 ja 26 koskivat toiminnan hallittavuutta eli sitä, missä määrin vastaajat kokevat itse voivansa vaikuttaa valintaansa joko käyttää tai olla käyttämättä CAS-teknologiaa opetuksessa. (Vrt. Francis ym. 2004, 21.)

5.3.2 Teknologian opetuskäyttöä koskevat uskomukset

Suunnitellun käyttäytymisen teorian mukaan asenne käyttäytymistä kohtaan palautuu yksilön uskomuksiin käyttäytymisen todennäköisistä seurauksista (Luku 3.1.2). Opiskelijoiden uskomuksia CAS-teknologian säännöllisen opetuskäytön seurauksista selvitettiin kahdessatoista osiossa (osiot 1–12).

Osioissa koehenkilöitä pyydettiin arvioimaan CAS-teknologian käytön vaikutuksia lukiolaisten i) matematiikan oppimiseen, ii) opiskeluasenteeseen, iii) tasa-arvon toteutumiseen sekä valittuihin muihin opetuksen laatua koskeviin asioihin. Teemojen valintaa ohjasi aiemman tutkimuksen pohjalta tehdyt päätelmät siitä, minkälaisten kysymysten äärellä opettajien laskentateknologian opetuskäytön arviointi näyttäisi usein tapahtuvan (ks. Luku 3.2.1).

Kahden ensimmäisen teeman operationalisoinnissa hyödynnettiin Kilpatrickin ym. (2001) köysimallia matemaattisen osaamisen piirteistä (Luku 2.3). Luvussa 3.2.1 teknologialle asetettuja oppimista koskevia odotuksia jäsennettiin köysimallin neljän ensimmäisen piirteen avulla. Viides piirre, eli yritteliäisyys, näyttäisi kattavan pitkälti ne tekijät, joiden puitteissa opettajat ovat arvioineet teknologian käytön vaikutuksia opiskeluasenteeseen.

¹²Varsinaisia intentiokysymyksiä tuettiin kolmella CAS-teknologian käyttöaikomuksiin liittyvällä, mutta yhteensovittuvuuden periaatetta rikkovalla, lisäkysymyksellä (28b, 29 ja 30). Lisäkysymysten avulla pyrittiin saamaan laajempi kokonaiskuva vastaajan CAS-teknologialle suunnittelemaasta roolista matematiikan opetuksessa.

5.3.3 CAS-teknologian käyttösovellusten arviointi

Kyselylomakkeen lopussa opiskelijoita pyydettiin arvioimaan kuutta luonteeltaan erilaista CAS-teknologian pedagogista käyttötapaa viisiportaisella Likert-asteikolla (osiot 31–36). Kutakin sovellusta arvioitiin erikseen pitkän ja lyhyen matematiikan opetuksen kontekstissa, joten monivalintao-sioita oli todellisuudessa 12. Arvioitavien sovellusten valinnan lähtökohtana oli Heidin ja Edwardsin (2001), Nabbin (2010) ja Kivelän (2012) esittämät ajatukset CAS-teknologian mahdollisista rooleista matematiikan opetuksessa (ks. Luvut 2.1 ja 2.4).

Sovellusten valinnassa sekä niiden sanallisessa muotoilussa pyrittiin huomioimaan opiskelijoi-den mahdollisesti vaihteleva kokemus CAS-teknologiasta ja rajallinen kokemus sen opetuskäytöstä. Avoimessa osiossa 37 opiskelijoilla oli mahdollisuus ehdottaa muita mielekkäiksi kokemiaan, mahdollisesti yksityiskohtaisempia ja kehittyneempiä, teknologian käyttötapoja.

5.3.4 Kyselylomakkeen viimeistely

Lyhennettyä versiota lomakkeesta testattiin kasvatustieteen pääaineopiskelijoilla ainedidaktisen tutkimuksen syventävän kurssin seminaaritapaamisessa. Lyhennetty lomake sisälsi teknologian käytölle asetettuja odotuksia, asennetta sekä käyttösovellusten arviointia koskevat osiot. Saadun palautteen perusteella lomakkeelta poistettiin joitakin monitulkintaisia ja päällekkäisiä osioita.

Lisäksi kyselylomaketta esiteltiin graduseminaarissa, josta saadun rakentavan palautteen avulla lomake viimeisteltiin lopulliseen muotoonsa. Kokonaisvaltainen mittariston testaus jäi aikataulullisista syistä tekemättä.

5.4 Aineiston kerääminen

Aineisto kerättiin Tampereen ja Turun yliopistoissa matemaattisten aineiden opiskelijoilta, jotka suorittivat aineenopettajan pedagogiset opinnot lukuvuonna 2012–2013. Kysely toteutettiin kevääl-lä opetusharjoittelun päättymisen (ts. harjoitustuntien pitämisen) jälkeen; Tampereella huhtikuun lopussa ja Turussa toukokuun alussa. Molemmissa yliopistoissa opiskelijat vastasivat kyselyyn opet-tajaopintoihin kuuluvan, periaatteessa läsnäoloa edellyttävän, kurssin lähiopetuksen yhteydessä. Tutkimusjoukko saatiin siten tavoitettua hyvin.

Kyselyn järjestelyissä pyrittiin huomioimaan vastaajien mahdollisesti vaihteleva CAS-teknologian tuntemus sekä tutkimuseettiset seikat. Ennen kyselylomakkeiden jakamista opiskeli-joille selitettiin lyhyesti tutkimuksen tarkoitus, kerrottiin aineiston anonyymista käsittelystä sekä ilmoitettiin, että kyselyyn vastaaminen on vapaaehtoista. Suullisessa alustuksessa määriteltiin myös kyselyn kannalta keskeinen CAS-teknologia -käsite, josta mainittiin erityistapauksena ylioppilasko-keessa sallitut symboliset laskimet. Vastaava määritelmä luki myös kyselylomakkeen johdannossa (ks. Luku 5.3.1). Lähes kaikki opiskelijat täyttivät lomakkeen alle kahdessakymmenessä minuutissa.

Turun yliopistossa matemaattisten aineiden pedagogisia opintoja suoritti lukuvuonna yhteen-sä 30 opiskelijaa, joista kysely tavoitti 26. Tampereen yliopistossa vastaava opetusharjoittelijoiden

kiintiö oli 45, mikä sisälsi myös Tampereen teknillisen yliopiston opiskelijat. Todellinen opiskelijamäärä lieenee lähempänä edellä mainitun pakollisen kurssin opiskelijamäärää, mikä oli 36. Näistä kysely tavoitti 31. Täten kyselyyn vastasi kaikkiaan 57 opiskelijaa. Heistä kaksi ilmoitti lomakkeella (taustakysymys B), etteivät ole kiinnostuneita opettamaan matematiikkaa millään kouluasteella. Tutkimuksen tarkoituksen vuoksi heitä ei ollut perusteltua ottaa mukaan aineistoon. Siten aineiston lopulliseksi kooksi jäi 55 havaintoa.

Mainittakoon, että kysely toteutettiin samaan aikaan vastaavalle opiskelijaryhmälle kolmannessakin suomalaisyliopistossa. Kevään opetusohjelmasta ei löytynyt aikaa kyselyn toteuttamiselle paikan päällä, joten aineiston hankintaa varten laadittiin paperilomaketta vastaava verkkolomake. Kohderyhmään kuuluvia opiskelijoita tavoiteltiin matemaattisten aineiden didaktikkojen välityksellä sähköpostitse kutsuviestillä (24.4.2013) sekä muistutusviestillä (10.5.) Verkkokyselyllä saatu vastausten lukumäärä alitti sille asetetut maltilliset odotukset: vajaalta viideltäkymmeneltä tavoitellulta opiskelijalta saatiin vain neljä vastausta. Suuren kadon vuoksi verkkolomakkeella kerättyjä vastauksia ei otettu mukaan aineistoon.

5.5 Tilastolliset menetelmät

Paperilomakkeilla kerätty aineisto muunnettiin sähköiseen (IBM SPSS) muotoon Eduix Oy:n E-lomake -ohjelmiston avulla. Kvantitatiiviseen analyysiin liittyvä tilastollinen laskenta suoritettiin SPSS-ohjelmiston versiolla 21. Seuraavassa selitetään lyhyesti analyysissa keskeisessä asemassa olleiden tilastollisten menetelmien periaatteet.

5.5.1 Yhdistelmämuuttujat ja reliabiliteetti

Suunnitellun käyttäytymisen teorian avainkäsitteillä, varsinaista käyttäytymistä lukuun ottamatta, viitataan ihmisen sisäisiin psykologisiin ominaisuuksiin (vrt. Francis ym. 2004, 9). Kyselylomakkeella kutakin näistä neljästä latentista ("piilevästä") ominaisuudesta, eli intentiosta ja sen välittömistä tekijöistä, pyrittiin selvittämään muutamalla kysymyksellä, joiden oletettiin aiemman tutkimuksen perusteella ilmentävän niitä.

Yhdistelmämuuttujien idea on tiivistää aineistoa siten, että kutakin mitattua ominaisuutta (kuten asennetta) edustaa lopulta yksi muuttuja. Yhdistelmämuuttuja voidaan muodostaa samaa asiaa mittaavista, samalla asteikolla mitatuista ja samansuuntaisista muuttujista. Tarvittaessa muuttujat muunnetaan kaksi jälkimmäistä ehtoa täyttäväksi standardoimalla ne samalle skaalalle ja/tai kääntämällä osiot samansuuntaisiksi. (Metsämuuronen 2006, 523–524, 541–542; Nummenmaa 2009, 161–162.)

Yhdistelmämuuttuja voidaan muodostaa käytännössä kahdella tavalla: joko lasketaan ominaisuuteen liittyvät muuttujat yhteen tai lasketaan niistä keskiarvo. Ensimmäisessä tapauksessa kyseessä on *summamuuttuja* ja jälkimmäisessä *keskiarvomuuuttuja*. (Nummenmaa 2009, 161–162; vrt. Metsämuuronen 2006, 545–546). Tässä tutkielmassa yhdistelmämuuttuja lasketaan aina muuttujien keskiarvosta ja sitä merkitään isolla latinalaisella kirjaimella (esimerkiksi *A* niin kuin asenne).

Kuten sanottu, yhdistelmämuuttujan muodostamisessa on olennaista, että niputettavat muuttujat todella mittaavat samaa asiaa. Tätä muuttujan luotettavuuden mittaa kutsutaan yhdistelmämuuttujan *reliabiliteetiksi*. Reliabiliteettia mitataan usein arvioimalla yhdistettävien muuttujien sisäistä yhtenevyyttä eli *konsistenssia*. Vakiintunut käytäntö konsistenssin mittaamiseen on *Cronbachin alphan* (α) laskeminen muuttujakandidaateille.¹³ Korkea alphan arvo tarkoittaa korkeaa muuttujien välistä yhtenevyyttä. (Metsämuuronen 2006, 527.) Alphan hyväksyttävälle alarajalle on esitetty erilaisia vaatimuksia. Muiden muassa Metsämuuronen (2006, 531) ja Francis ym. (2004, 30) mainitsevat arvon 0,60.

5.5.2 Spearmanin järjestyskorrelaatiokerroin

Korrelaatio on keskeisin kahden muuttujan välisen yhteyden mitta. Korrelaatiokertoimen laskemiseen on useita kaavoja, joiden valitsemisessa olennaista on vertailtavissa muuttujissa käytetyt asteikot. (Metsämuuronen 2006, 357.) Tässä tutkielmassa Likert-tyyppisten muuttujien välisessä korrelaatiotarkastelussa käytettiin *Spearmanin järjestyskorrelaatiokerrointa* ρ (ρ).

Rho lasketaan samalla kaavalla kuin välimatka-asteikollisten muuttujien vertailussa yleisesti käytetty *Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokerroin*. Menetelmien ero on siinä, että rho:ta laskettaessa alkuperäisten muuttujien arvojen sijaan käytetään järjestysnumeroita, jotka saadaan järjestämällä aineisto muuttujien suhteen suuruusjärjestykseen. (Metsämuuronen 2006, 1120.) Toisin sanoen, Pearsonin korrelaatiokertoimella arvioidaan muuttujien *lineaarista* yhteyttä, kun taas Spearmanin rho ilmaisee muuttujien välisen *monotonisen* yhteyden (vrt. Nummenmaa 2009, 284).

Korrelaatiokerroin voi saada arvoja välillä $[-1, 1]$. Itseisarvoltaan suuri rho:n arvo tarkoittaa voimakasta yhteyttä testattavien muuttujien välillä. Jos toisen muuttujan arvo on suuri täsmälleen silloin, kun toisen muuttujan arvo on pieni, niin korrelaatiokerroin on negatiivinen. Muuttujien välisen korrelaation tilastollinen merkitsevyys (p -arvo) riippuu suoraan korrelaatiokertoimesta ja otoskoosta. (Metsämuuronen 2006, 357, 363–365.) Tässä tutkielmassa tulosten raportoinnissa tilastolliselle merkitsevyydelle käytetään seuraavia raja-arvoja:

$p < 0,001$	Erittäin merkitsevä	
$p < 0,01$	Merkitsevä	
$p < 0,05$	Melkein merkitsevä	(Metsämuuronen 2006, 434.)

5.5.3 Klusterianalyysi

Ryhmittely- eli *klusterianalyysin* (engl. *cluster analysis*, CA) avulla aineistosta etsitään keskenään samankaltaisia havaintoja ja ryhmitellään ne erillisiksi joukoiksi. Samankaltaisuuden etsiminen tarkoittaa käytännössä havaintojen välisten etäisyyksien mittaamista ryhmittelyyn käytettävien muut-

¹³Reliabiliteetin laskemiseksi muuttujajoukko ositetaan kahdeksi joukoksi ja lasketaan näiden välinen korrelaatio. Cronbachin alpha on kaikkien tällaisten ositusten korrelaatioiden keskiarvo. (Metsämuuronen 2006, 527–528.) Alphan (sekä useimpien muiden tässä tutkielmassa esiintyvien tilastollisten suureiden) laskenta on esitelty Metsämuuronen kirjassa.

tujen suhteen. Toisin sanoen, klusterianalyysissä muodostuvat ryhmät koostuvat toisiaan lähellä olevista havainnoista. Menetelmä soveltuu tilanteisiin, joissa havaintojen luokitteluperuste (ts. selitettävä muuttuja) ei ole ennestään tiedossa. Siten menetelmän suhde aineistoon on enemmän *eksploraatiivinen* eli aineistoa tutkiva kuin *konfirmatorinen* eli teoriaa vahvistava. (Metsämuuronen 2006, 836–838.)

Tässä tutkimuksessa klusterianalyysin ryhmittelevinä muuttujina käytettiin lomakkeen osioita, joissa arvioitiin erilaisten CAS-teknologian käyttösovellusten mielekkyyttä (ks. Luku 5.3.3). Menetelminä käytettiin sekä *hierarkkista* että *K-keskiarvon* klusterianalyysiä (engl. *hiearchical CA* ja *K-means CA*). *K-keskiarvon* analyysin käyttö edellyttää, että muodostettavien ryhmien lukumäärä tiedetään. Menetelmässä aineiston ryhmittely alkaa alustavien klusterikeskusten määrittelemisellä. Kukin havainto liitetään siihen klusteriin, jonka keskus on tätä lähinnä, ja liitoksen jälkeen klusterikeskukselle lasketaan uusi arvo.¹⁴ Klusterikeskusten määräytyminen on siis luonteeltaan iteratiivista. Ryhmittely on valmis, kun klusterikeskukset eivät enää muutu havaintojen lisäämisen myötä. (Metsämuuronen 2006, 837.)

Mistä voidaan ennalta tietää, mikä on mielekäs klustereiden lukumäärä, saati klusterikeskusten alkuarvot? Mikäli tutkimusasetelma sen sallii, yksi vaihtoehto on perustaa valinnat jollekin relevantille teorialle. Tässä tutkimuksessa alkuarvot etsittiin aineistosta hierarkkisen klusterianalyysin avulla. Hierarkkisessa menetelmässä aineistosta etsitään aluksi keskenään mahdollisimman samankaltaisia yksittäisiä havaintoja, jotka niputetaan klusteriksi (havaintopariksi). Edelleen, keskenään mahdollisimman samankaltaiset klusterit yhdistetään uusiksi klustereiksi. Muodostuneita klusterijoukkoja yhdistetään kunnes koko aineisto on niputettu yhdeksi isoksi klusteriksi. (Metsämuuronen 2006, 837.)

Hierarkkisen ryhmittelyn jälkeen tutkijan tulkittavaksi jää, millä hierarkiatasolla ryhmittely on mielekästä tehdä. Numeerisen taulukkotiedon lisäksi SPSS-ohjelmisto tarjoaa tulkinnan avuksi erilaisia visuaalisia esityksiä ryhmittelyprosessista (ks. IBM 2012, 180). Analyysimenetelmien käyttöä ja tulosten tulkintaa on raportoitu tarkemmin Luvussa 6.5.

5.5.4 Toisistaan riippumattomien ryhmien vertailu

Aineiston ryhmitteleminen ja ryhmien välisten erojen verifiointi ja falsifiointi ovat kvantitatiivisen analyysin perustoimintoja. Käytännössä ryhmittelyä tehdään monesti koehenkilöiden taustatietojen, kuten sukupuolen tai iän, perusteella. Yhtä lailla klusterianalyysi osittaa aineiston erillisiksi ryhmiksi. Sitä, eroavatko muodostetut ryhmät toisistaan muun kuin ryhmittelevän muuttujan suhteen, voidaan käytetystä asteikosta riippuen tutkia vertaamalla ryhmien keskilukuja tai analysoida malla ristiintaulukointia.

¹⁴Jos ryhmitteleviä muuttujia on n kpl, niin yksittäisen havainnon geometrinen tulkinta on muuttujien arvojen määrittely piste n -ulotteisessa avaruudessa. Klusterikeskuksen koordinaatit määräytyvät vastaavasti klusteriin kuuluvien havaintojen keskiarvojen perusteella. SPSS-ohjelmiston *K-keskiarvon* klusterianalyysissä etäisyys lasketaan pisteiden välisenä euklidisena etäisyytenä (IBM 2012, 182).

Jos vertailtava muuttuja on mitattu vähintään välimatka-asteikolla (tai ”hyvällä” järjestysasteikolla) ja noudattaa populaatiossa normaalijakaumaa, kahden toisistaan riippumattoman ryhmän keskiarvojen vertailemiseen käytetään *t-testiä*. Jos ehdot eivät toteudu ja muuttuja on mitattu vähintään järjestysasteikolla, ryhmien vertailuun voidaan käyttää *Mannin-Whitney U-testiä*. U-testi perustuu ajatukseen siitä, että jos tarkasteltavien ryhmien *A* ja *B* välillä ei ole eroa, niin vertailtavan muuttujan mukaan järjestetyssä aineistossa ryhmien havainnot ovat tasaisesti jakautuneet. Laskettava *U*-arvo kuvaa kuinka monta kertaa ryhmän *A* havainto edeltää järjestetyssä aineistossa ryhmän *B* havaintoa. Koska vertailutilanne on symmetrinen ja laskettavat *U*-arvot ovat riippuvaisia toisistaan, niin testisuureeksi valitaan lasketuista arvoista pienempi.¹⁵ Täten pieni *U*-arvo implikoi ryhmien välistä eroa.¹⁶ (Metsämuuronen 2006, 1066–1069.)

Tämän tutkimuksen kannalta kiinnostavien muuttujien ei voitu osoittaa noudattavan normaalijakaumaa, joten kahden ryhmän keskilukuvertailussa käytettiin U-testiä.¹⁷ Samasta syystä useamman ryhmän vertailussa käytettiin perinteisten varianssianalyysin työkalujen sijaan parametritonta *Kruskalin-Wallis testii*. Testi on U-testin laajennos kolmelle tai useammalle ryhmälle (IBM 2012, 240; ks. myös Metsämuuronen 2006, 1079–1090).

5.6 Mittauksen luotettavuus

Kvantitatiivisessa tutkimuksessa tulosten luotettavuus riippuu käytetyn mittarin luotettavuudesta (Metsämuuronen 2006, 66). Toisin kuin esimerkiksi yksittäisten fysikaalisten suureiden, monien ihmisen mielensisäisten ominaisuuksien *suora* mittaaminen ei kuitenkaan ole mahdollista (vrt. Nummenmaa 2009, 346).

Tässä tutkimuksessa tutkimuskohteesta eli opiskelijoiden uskomuksista ja käsityksistä pyrittiin saamaan tietoa kyselylomakkeen välityksellä: opiskelijoille esitettiin kysymyksiä, joiden uskottiin paljastavan oleellista tietoa tutkittavista ilmiöistä. Käsitteiden, kuten ”intentio” ja ”subjektiivinen normi”, operationalisointi lomakkeen osioiksi on tulkintatyötä eikä termin operationaalinen määrittely paljasta sen merkitystä (Hirsjärvi ym. 2009, 157). Juuri tämän epäsuoran lähestymistavan vuoksi mittauksen luotettavuustarkastelua pidetään tärkeänä osana käyttäytymistieteellisen tutkimuksen tulosten raportointia (vrt. Nummenmaa 2009, 346–347; Metsämuuronen 2006, 117).

Yksi näkökulma luotettavuustarkastelussa on mittarin ja mittauksen *validiuden* eli pätevyyden arviointi. *Sisäisellä validiteetilla* tarkoitetaan sitä, kuinka hyvin mittauksessa onnistutaan mittaamaan juuri niitä asioita, joita oli tarkoitus mitata. (Nummenmaa 2009, 346; Metsämuuronen 2006, 66; Hirsjärvi ym. 2009, 231.) Mittarin sisäistä validiteettia pohditaan tulosten raportoinnin yhteydessä. *Ulkoisella validiteetilla* viitataan taas siihen, miten tutkimuksessa saatavat tulokset ovat yleistettävissä (vrt. Metsämuuronen 2006, 57). Sen pohdinta on säästetty tutkielman loppuun.

¹⁵Itse asiassa $U + U' = n_1 n_2$, missä n_1 ja n_2 ovat vertailtavien ryhmien koot (Metsämuuronen 2006, 1069).

¹⁶Testisuureen $U \geq 0$ tilastollisesti merkitsevä ”pienuus” riippuu ryhmien koosta. Merkitsevyys ilmoitetaan tuttuun tapaan *p*-arvona (ks. tarkemmin Metsämuuronen 2006, 1069–1070).

¹⁷Jakaumien normaaliutta testattiin *Kolmogorovin-Smirnovin testillä* ns. *Lillieforsin taulukkoa* käyttäen (ks. Metsämuuronen 2006, 941; IBM 2012, 238).

Toinen näkökulma mittauksen luotettavuuden tarkasteluun on sen *reliabiliteetin*, eli mittauksen virheettömyyden ja toistettavuuden, arviointi (Nummenmaa 2009, 346; Metsämuuronen 2006, 66). Yksi mittauksen reliabiliteettiin liittyvä haaste oli, että kysely saattoi itsessään herättää uusia näkökulmia CAS-teknologiaan. Vaikka pedagogisessa mielessä tämä olisi jopa toivottavaa, niin tutkimuksen tekemisen kannalta tilanne on hankala. Tästä syystä osioiden järjestykseen kiinnitettiin erityistä huomiota, ja esimerkiksi teknologian käyttösovellusten arvioinnit sijoitettiin lomakkeen loppuun.

Kysymysten harkitusta järjestyksestä huolimatta toistomittaus samalla lomakkeella samalle ihmisjoukolle olisi saattanut tuottaa toisenlaisen aineiston. Tämä ei välttämättä ole merkki huonosta mittarista, vaan siitä, että yksilöt muuttuvat. Toistomittauksista onkin pidetty ihmistieteissä arveluttavana reliabiliteetin mittana. (Metsämuuronen 2006, 67.) Metsämuuronen (2006, 67–70) mukaan parempia reliabiliteetin mittoja ovat rinnakkaismittaus sekä osioiden sisäiseen konsistenssiin perustuva arviointi. Tässä tutkimuksessa mittarin reliabiliteetin arvioinnissa käytettiin jälkimmäistä menetelmää (ks. Luku 5.5).

5.7 Aineiston valmistelu

Varsinaista analyysia edelsi kyselylomakkeella kerätyn raaka-aineiston valmistelu. Luvussa 5.4 mainittiin, että taustakysymysten perusteella aineistosta poistettiin kaksi havaintoa. Lisäksi aineiston valmisteluvaiheessa tarkastettiin, että siinä ei ole – esimerkiksi mahdollisesti aineiston tuonnissa SPSS-ohjelmaan syntyneitä – näkyviä virheitä (vrt. Metsämuuronen 2006, 335).

Kolmas valmisteleva toimenpide oli muuttujien kääntäminen. Taustakysymyksiä, avointa osiota 37 sekä monivalintaosioita 28a ja 28b lukuun ottamatta kyselylomakkeen kaikissa osioissa käytettiin viisiportaisia Likert-tyyppisiä asteikoita. Suurin osa näistä oli koodattu siten, että asteikon vasen puoli (<3) vastasi negatiivista ja oikea puoli (>3) positiivista suhtautumista mitattavaan asiaan. Tähän oli kuitenkin kahdenlaisia poikkeuksia. Lomakkeen asenne- ja uskomusosioissa positiivinen ääripää oli koodattu vuorotellen oikealle ja vasemmalle. Tällä pyrittiin huomioimaan se kyselytutkimuksiin liittyvä riski, että peräkkäisiin osioihin saatetaan vastata samalla tavalla niiden sisällöstä välittämättä (vrt. Francis ym. 2004, 13). Lisäksi osioissa 22, 23 ja 30 väittämät itsessään oli muotoiltu negatiiviseen suuntaan.

Analyysia varten osiot käännettiin samansuuntaisiksi siten, että asteikon negatiivinen puoli on aina vasemmalla (vrt. Metsämuuronen 2006, 523–524; Francis ym. 2004, 30). Seuraavissa luvuissa kääntämättömiä osioita vastaavia muuttujia merkitään q_n , missä n on osion numero (vrt. Liite 2). Käännetty muuttujat on merkitty lisätunnisteella ”r”, esimerkiksi q_{14r} .

6 Tulokset

6.1 Tutkimusjoukon kuvailu

Tutkimusaineisto koostui matemaattisten aineiden opetusharjoittelijoilta kerätyistä lomakevastauksista ($N = 55$; ks. tarkemmin Luku 5.4). Aineisto jakautui sukupuolittain tasan: vastaajista 28 oli naisia ja 27 miehiä. Iältään vastaajat edustivat tavanomaisia opettajakokelaita: heistä neljä viidesosaa oli kirjoittanut ylioppilaaksi vuosina 2006–2009 eli 4–7 vuotta ennen auskultointivuoden kevättä, johon kyselyn ajankohta sijoittui.

Vastaajista 33 (60 %) oli matematiikan, 11 (20 %) fysiikan, 7 (13 %) kemian ja 3 (6 %) tietotekniikan pääaineopiskelijoita. Opiskelijoista vähän yli puolet ($n = 30$) aikoi ensisijaisesti lukion opettajaksi ja kolmasosa ($n = 18$) peruskoulun aineenopettajaksi. Neljä vastaajaa tähtäsi muihin oppilaitoksiin ja kolme opiskelijaa ei ilmoittanut yksiselitteisesti ensisijaista oppilaitosta. Tutkimusasetelman kannalta oli helpottavaa huomata, että lähes kaikki koehenkilöt (93 %) olivat valmiita opettamaan matematiikkaa (myös) lukiossa.

Kyselyhetkellä lukuvuosi oli jo lopuillaan ja miltei jokainen opiskelija (96 %) oli pitänyt kaikki opetusharjoitteluun kuuluvat harjoitustunnit. Opiskelijoista 58 prosenttia ilmoitti hyödyntäneensä opetuksessa graafisia (44 %) tai symbolisia (36 %) laskimia. Kaikkiaan 40 prosenttia koehenkilöistä kertoi käyttäneensä opetuksessa CAS-teknologiaa (ml. symbolisen laskennan ohjelmistot, 15 %). Pääaineittain tarkasteltuna matematiikan opiskelijoista useammalla oli kokemusta CAS-teknologian opetuskäytöstä (46 %) kuin muiden aineiden opiskelijoilla (muut niputettuna 32 %). Lukion opettajaksi ensisijaisesti tähtäävien opiskelijoiden joukossa työkaluja kokeilleita opiskelijoita (37 %) ei ollut suhteessa enempää kuin muussa populaatiossa. Avoimeen osioon saadut vastaukset tukivat taustakysymyksistä saatua vaikutelmaa siitä, että kyselyhetkellä opiskelijoilla oli kaikkiaan vähän kokemusta CAS-ympäristössä työskentelystä (ks. tarkemmin Luku 6.6).

6.2 CAS-teknologian käyttöaikomukset

Tutkimuksen ensimmäisenä tehtävänä oli selvittää lukion matematiikan opettajiksi aikovien¹⁸ opiskelijoiden intentioita käyttää CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetuksessa. Tutkimustehtävässä oltiin kiinnostuneita siitä, miten suunnitellun käyttäytymisen teorian oletamat intention välittömät tekijät eli opiskelijoiden asenteet, subjektiivinen normi ja koettu käyttäytymisen kontrolli selittävät teknologian käyttöaikomusta. Analyysissa intentiota ja sen välittömiä tekijöitä mittaavista osioista muodostettiin yhdistelmämuuttujat (Luvut 6.2.1–6.2.4) ja tutkittiin niiden välistä yhteyttä (Luku 6.2.5) (vrt. Francis ym. 2004, 30).

¹⁸Lomakkeen osiot 19–28 oli osoitettu vain niille opiskelijoille ($n = 51$), joilla oli vähintään jonkinlainen aikomus opettaa matematiikkaa lukiossa (ks. Liite 2).

6.2.1 Intentio

Kyselylomakkeen osioissa 24 ja 27 mitattiin opettajaopiskelijoiden tahtoa ja aikomusta käyttää CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetusvälineenä. Osioissa käytettiin tavanomaista viisiportaista Likert-asteikkoa (1 = ”Täysin eri mieltä”, ..., 5 = ”Täysin samaa mieltä”), jonka keskimäinen vaihtoehto edusti neutraalia käsitystä (3 = ”Ei samaa eikä eri mieltä”).

Muuttujien q24 ja q27 välinen korkea yhtenevyys ($\alpha = 0,958$) puolsi intentiota kuvaavan yhdistelmämuuttujan *I* muodostamista. Taulukkoon 1 on koottu muuttujittain havaintojen lukumäärät (*N*) sekä asteikoiden negatiivisiin (<2,5) ja positiivisiin (>3,5) päihin sijoittuneiden havaintojen prosenttiosuudet kaikista havainnoista (neg.-% ja pos.-%).¹⁹ Lisäksi muuttujista on ilmoitettu keskiarvot (\bar{x}) ja keskihajonnat (σ).²⁰ Muuttujien frekvenssit on taulukoitu Liitteessä 3.

Taulukko 1. Intentio CAS-teknologian säännöllistä opetuskäyttöä kohtaan.

Muuttuja	<i>N</i>	\bar{x}	σ	neg.-%	pos.-%
Jos opetan lukiossa, pyrin käyttämään CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetusvälineenä. [q24]	51	3,9	1,00	8	75
Lukion opettajana tulisin käyttämään CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetusvälineenä. [q27]	51	3,9	0,99	6	67
Yhdistelmämuuttuja <i>I</i> ($\alpha = 0,958$)	51	3,9	0,98	6	67

Opiskelijoiden intentiota kuvaava yhdistelmämuuttuja *I* sai arvoja koko skaalalla, mutta frekvenssi painottui selvästi asteikon yläpäähän. Neljäsosa ($n = 13$) vastaajista ilmoitti olevansa molempien intentiota mittaavien väittämien kanssa täysin samaa mieltä.

Arvioitu työkalujen käyttöaktiivisuus

Vaihtoehtoisena intention indikaattorina käytettiin lomakkeen osiota 28a, jossa opiskelijat arvioivat tulevaa CAS-teknologian käyttöaktiivisuutta absoluuttisella asteikolla (vrt. Francis ym. 2004, 11). Vertailun vuoksi suunniteltua aktiivisuutta mitattiin myös lyhyen matematiikan kontekstissa (Taulukko 2, ks. tarkemmin Liitteen 3 Taulukko 16).

Taulukko 2. Suunniteltu CAS-teknologian käyttöaktiivisuus lukion matematiikan opetuksessa.

Muuttuja	<i>N</i>	\bar{x}	σ	Moodi
Arvioi kuinka monella oppitunnilla kymmenestä tulisit käyttämään CAS-teknologiaa opetusvälineenä...				
a) Pitkässä matematiikassa [q28a]	49	5,5	2,18	6 ja 7 (yht. 41 %)
b) Lyhyessä matematiikassa [q28b]	49	3,4	2,40	2 (37 %)

¹⁹Toisin sanoen, havainnot on jaettu kolmeen frekvenssiluokkaan: negatiiviset [1; 2,5[, neutraalit [2,5; 3,5] ja positiiviset]3,5; 5]. Vaikka Likert-osioiden arvoalue on kokonaisluvut 1,...,5, yhdistelmämuuttujat (keskiarvomuttujat) voivat saada arvoja myös kokonaislukujen välillä.

²⁰Näiden tunnuslukujen laskemisen mielekkyyttä Likert-asteikollisesta muuttujasta pohditaan Luvussa 6.5.5.

Keskimäärin opiskelijat ($N = 49$) arvioivat käyttävänsä CAS-teknologiaa noin puolella pitkän matematiikan oppitunneista. 41 prosenttia opiskelijoista piti todennäköisimpänä, että he käyttäisivät teknologiaa kuudella tai seitsemällä pitkän matematiikan oppitunnilla kymmenestä. Lyhyen matematiikan kontekstissa teknologian rooli nähtiin odotetusti marginaalisempana, sillä yleisin arvio oli, että sitä käytettäisiin kahdella oppitunnilla kymmenestä.

Teknologian käytön salliminen

Varsinaisia intentiokysymyksiä täydennettiin (yhteensopivuusperiaatetta rikkovilla²¹) viisiportaisilla osioilla 29 ja 30. Osioissa tiedusteltiin, kuinka usein tulevat opettajat sallisivat CAS-teknologian käytön pitkän matematiikan oppimistulosten mittauksen yhteydessä ja *kieltäisivät* heiltä työkalujen käytön [opetuksessa]. Osion 30 kääntämisen jälkeen muuttujista q29 ja q30r ($\alpha = 0,804$) muodostettiin teknologian oppilaskäytön sallivuutta kuvaava keskiarvomuuttuja S ($\bar{S} = 3,4$; $\sigma = 1,02$; neg. 20 %; pos. 42 %).

6.2.2 Asenne

Opiskelijoiden asennetta CAS-teknologian säännöllistä opetuskäyttöä kohtaan mitattiin kolmella osiolla. Osioita vastaavien muuttujien q13, q14r ja q15 ($\alpha = 0,791$) keskiarvosta muodostettiin asennetta kuvaava keskiarvomuuttuja A . Muuttujien tilastolliset tunnusluvut on koottu Taulukkoon 3.

Taulukko 3. Asenne CAS-teknologian opetuskäyttöä kohtaan.

Muuttuja	N	\bar{x}	σ	neg.-%	pos.-%
Kaiken kaikkiaan CAS-teknologian säännöllinen käyttäminen pitkän matematiikan opetusvälineenä on...					
<i>Haitallista – Hyödyllistä</i> [q13]	55	3,2	0,98	27	51
<i>Epämiellyttävää – Miellyttävää</i> [q14r]	55	3,4	0,83	16	56
<i>Huono asia – Hyvä asia</i> [q15]	55	3,2	0,96	24	46
Yhdistelmämuuttuja A ($\alpha = 0,791$)	55	3,3	0,78	20	42

Yhdistelmämuuttujan A keskiarvosta 3,3 sekä kielteisten (neg.-%), neutraalien ja myönteisten (pos.-%) havaintojen lukumäärien suhteesta (noin 1 : 2 : 2) tulkittuna opiskelijoiden asenne CAS-teknologian säännöllistä pitkän matematiikan opetuskäyttöä kohtaan oli keskimäärin varovaisen positiivinen.

6.2.3 Subjektiivinen normi

Intention toista välitöntä tekijää, eli subjektiivista normia, mitattiin kolmella Likert-asteikkoisella väittämällä (Taulukko 4). Peräti 84 prosenttia lukion opettajiksi suuntautuneista opiskelijoista

²¹Toisin sanoen, näissä osioissa kohdeikäyttäytyminen ei ollut sama kuin mittariston osioissa 1–15 ja 19–28 (ks. tarkemmin Luku 5.3.1).

($N = 51$) uskoi, että tulevassa työssään pitkän matematiikan opettajina heiltä odotetaan CAS-teknologian säännöllistä käyttöä (muuttuja q19). Ylioppilaskokeen opetusta ohjaava normatiivinen vaikutus näkyi konkreettisesti osiossa 18, jossa opiskelijoiden enemmistö allekirjoitti väitteen siitä, että ”ylioppilaskokeen laskinohjeen vuoksi CAS-teknologian käyttö pitkän matematiikan opetusvälineenä on välttämätöntä” ($N = 55$; neg. 29 %; pos. 58 %; ks. muuttuja q18 Liitteessä 3).

Taulukko 4. Subjektiiivista normia mitanneet osiot.

Muuttuja	N	\bar{x}	σ	neg.-%	pos.-%
Lukion opettajana minun odotetaan käyttävän säännöllisesti CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä. [q19]	51	4,1	0,98	8	84
Opetustyöni kannalta minulle tärkeät ihmiset haluavat, että käytän CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä. [q21]	50	3,4	0,88	6	36
Koen sosiaalista painetta käyttää säännöllisesti CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä. [q25]	51	3,3	1,30	28	57

Varsinainen subjektiivisen normin mittausta osoittautui ongelmalliseksi. Osioden 19, 21 ja 25 välinen sisäinen yhtenevyys oli nimittäin niin heikko ($\alpha = 0,517$), että yhdistelmämuuttujan muodostaminen ei tullut kyseeseen. Metsämuurosen (2006, 527) mukaan matala konsistenssi voi viitata esimerkiksi siihen, että osiot eivät mittaa keskenään samaa asiaa tai että jotkin muuttujista eivät ole riittävän erotteluvia. Jälkimmäisestä tuskin oli kyse, sillä muuttujien q19, q21 ja q25 keskihajonnat erosivat selvästi nolasta.

Konsistenssia voi tarvittaessa yrittää parantaa hylkäämällä mittarista yhtenevyyttä madaltavia muuttujia (Ajzen 2011; Metsämuuronen 2006, 531). Yhden muuttujan poistaminen ei kuitenkaan parantanut mittaria olennaisesti. Toisin sanoen, kaikilla muuttujakombinaatioilla alfan arvo jäi liian matalaksi ($\alpha_{\max} = 0,557$).

Subjektiivisen normin operationalisointi mittariksi näyttäisi siis epäonnistuneen. Siksi on syytä arvioida osioden 19, 21 ja 25 heikkouksia. Vaikka mittari oli pyritty laatimaan Ajzenin käsitteistölle uskollisena (vrt. esim. Francis ym. 2004, 17; Ajzen 2006, 6), jotkut osioista saattoivat olla huonosti muotoiltuja tai liian vaikeita. Tätä mittarin validiuteen liittyvää ongelmaa puoltaisi ainakin se, että yksi opiskelija jätti vastaamatta osioon 21 saatteella ”En ymmärtänyt kysymystä”. Spekuloidavaksi jää, kuinka monelle muulle kysymys on ollut vaikea. Jotakin kysymyksen laadusta kertoo se, että siihen vastanneista opiskelijoista jopa 58 prosenttia valitsi asteikon keskimmäisen valinnan ”Ei samaa eikä eri mieltä”.

Toisaalta, tutkimuksessa kiinnitetty kohdekäyttäytyminen liittyi erottamattomasti sellaiseen sosiaaliseen ympäristöön ja positioon yhteisössä, josta opettajaopiskelijoilla on yleensä vähän tai ei lainkaan autenttista kokemusta. Muuttuvan sosiaalisen ympäristön ongelmaa kuvastavat matalat korrelaatiot niin muuttujien q19 ja q25 ($\rho = 0,237$; $p = 0,094$) kuin muuttujien q21 ja q25 ($\rho = 0,194$; $p = 0,178$) välillä. Toisin sanoen, opiskelijoiden raportoima tunne sosiaalisesta paineesta käyttää CAS-teknologiaa opetuksessa (q25) ei näytä olevan mainittavasti yhteydessä heidän käsi-tyksiinsä siitä, odotetaanko heiltä teknologian käyttöä (q19, q21). Voidaan olettaa, että kouluyhtei-

söön integroituneilla opettajilla yhteydet muuttujien välillä olisivat voimakkaammat. Näyttäisikin siltä, että mittaria laadittaessa muuttuvan sosiaalisen ympäristön merkitys on jäänyt liian pienelle huomiolle.

Jälkikäteen tarkasteltuna osio 19 näyttäisi kärsivän vähiten edellä mainituista ongelmista: se on selkeästi muotoiltu ja tuntuisi mittaavan subjektiivista normia sillä tasolla kuin opettajaopiskelijana sitä on mahdollista arvioida. Ehkä siksi osio myös keräsi eniten ei-neutraaleja vastauksia. Luvussa 6.2.5 muuttujaa q19 käytetään referenssinomaisesti subjektiivista normia edustavana muuttujana. Subjektiivinen normi saa siten analyysissä yksipuolisemman tulkinnan kuin kaksi muuta intention välitöntä tekijää.

6.2.4 Koettu käyttäytymisen kontrolli

Koettua käyttäytymisen kontrollia pyrittiin selvittämään neljällä väittämällä (Taulukko 5). Vaikka alle puolella lukion opettajiksi tähtäävistä opiskelijoista oli kokemusta CAS-teknologian opetuskäytöstä, suurin osa heistä uskoi kykyjensä puolesta pystyvänsä käyttämään sitä pitkän matematiikan opetuksessa (muuttujassa q20 pos. 59 % ja muuttujassa q22r pos. 71 %). Niin ikään useimmat uskoivat teknologian käytön olevan mahdollista tarjolla olevien aika- ja laiteresurssien puitteissa (muuttuja q23r; neg. 22 %; pos. 53 %). Kuitenkin puolet vastaajista koki, että se käyttävätkö he opetuksessa teknologiaa vai eivät, ei ole täysin heidän itsensä päätettävissä (muuttuja q26; neg. 51 %; pos. 38 %).

Samoin kuin normatiivisten muuttujien (Luku 6.2.3) myös kontrollimuuttujien sisäinen yhtenevyys jäi matalaksi ($\alpha = 0,573$). Hylkäämällä muuttuja q26 mittarin sisäinen konsistenssi saatiin nostettua hyväksyttävälle tasolle ($\alpha = 0,732$). Jäljelle jääneistä muuttujista q20, q22r ja q23r muodostettiin keskiarvomuuttuja K .

Taulukko 5. Koettu käyttäytymisen kontrolli.

Muuttuja	N	\bar{x}	σ	neg.-%	pos.-%
CAS-teknologian käyttäminen pitkän matematiikan opetusvälineenä olisi/on itselleni luontevaa. [q20]	51	3,4	1,20	26	59
Epäilen, että en osaisi käyttää CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä. [q22r]	51	3,8 (2,2) ⁱ	1,10	18 ⁱⁱ	71 ⁱⁱ
Epäilen, että käytössäni olevat aika- ja laiteresurssit tekevät CAS-teknologian säännöllisestä opetuskäytöstä hyvin vaikeaa. [q23r]	51	3,4 (2,6) ⁱ	1,03	22 ⁱⁱ	53 ⁱⁱ
On täysin itsestäni kiinni käytäntö CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetuksessa vai en. [q26] ⁱⁱⁱ	51	2,9	1,29	51	37
Yhdistelmämuuttuja K ($\alpha = 0,732$)	51	3,6	0,90	14	61

- i) Suluissa on ilmoitettu kääntämättömien muuttujien keskiarvot; ii) Frekvenssit on laskettu käännetyistä arvoista; iii) Muuttuja q26 ei ole mukana yhdistelmämuuttujassa.

6.2.5 Asenne ja koettu käyttäytymisen kontrolli intention selittäjinä

Tutkimuksen ensimmäinen varsinainen tehtävä oli selvittää, voidaanko lukion opettajiksi aikovien opiskelijoiden intentiota käyttää CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetusvälineenä selittää teknologian käyttöön kohdistuvalla asenteella, subjektiivisella normilla ja koetulla käyttäytymisen kontrollilla. Eri tekijöiden *suhteellista* osuutta intention selittäjinä voidaan tutkia regressioanalyysin työkaluilla (Francis ym. 2004, ks. myös esim. Lee ym. 2010). Tutkimusaineiston niukan koon²² sekä subjektiivisen normin mittauseroelmien vuoksi analyysissä tyydyttiin kevyempään korrelaatiotarkasteluun.

Taulukkoon 6 on laskettu Luvuissa 6.2.1–6.2.4 esiteltyjen asenne- (A), normi- (q19), kontrolli- (K) ja intentiomuuttujien (I, q28a) väliset Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimet. Lisäksi taulukkoon on otettu mukaan CAS-teknologian käytön sallivuutta edustava yhdistelmämuuttuja S. Korrelaatiokertoimia tulkittiin suunnitellun käyttäytymisen teorian käsite- ja rakenteen mukaisesti.

Taulukko 6. Asenne-, normi-, kontrolli- ja intentiomuuttujien väliset korrelaatiot (Spearman rho).

	Asenne (A)	Normi (q19)	Kontrolli (K)	Intentio (I)	Aktiivisuus (q28a)	Salliminen (S)
Asenne (A)	1	-0,047	0,361**	0,555***	0,279	0,492***
Normi (q19)		1	0,084	0,387**	0,351*	0,386**
Kontrolli (K)			1	0,518***	0,466**	0,260
Intentio (I)				1	0,701***	0,465**
Aktiivisuus (q28a)					1	0,495***
Salliminen (S)						1

*: $p < 0,05$; **: $p < 0,01$ ja ***: $p < 0,001$

Vaikka intention välittömät tekijät ovat käsitteellisesti toisistaan riippumattomia, on tavallista, että empiirisesti niiden väliltä löytyy yhteyksiä (Ajzen 2011). Myös tässä mittauksessa asenne- ja kontrollimuuttujien välille muodostui matalahko korrelaatio ($\rho = 0,361$; $p = 0,009$).

Taulukon 6 kiinnostava osuus sijaitsee kolmen ensimmäisen rivin ja kolmen jälkimmäisen sarakkeen leikkauksessa. Koska subjektiiviselle normille ei saatu muodostettua yhdistelmämuuttujaa, toisen rivin tarkastelu jäi analyysissä pienemmälle huomiolle. Mittaustulosten perusteella asenne CAS-teknologian säännöllistä käyttöä kohtaan ($\rho = 0,555$; $p < 0,001$) ja koettu käyttäytymisen kontrolli ($\rho = 0,518$; $p < 0,001$) ovat intention selittäjinä tasavahvoja ja tilastollisesti erittäin merkitseviä. Korrelaatiokertoimia voidaan luonnehtia melko korkeiksi (vrt. Metsämuuronen 2006, 364).

Lisäksi suunniteltu työkalujen käyttöaktiivisuus näyttäisi olevan jossain määrin riippuvainen koetusta käyttäytymisen kontrollista ($\rho = 0,466$; $p = 0,001$). Sen sijaan opiskelijoiden asenteella ei havaittu olevan tilastollisesti merkitsevää yhteyttä arvioon teknologian käytön tiheydestä ($\rho = 0,279$; $p = 0,052$). Käänteisesti, asennemuuttuja A korreloi tilastollisesti erittäin merkitsevästi CAS-teknologian oppilaskäytön sallivuutta edustavan muuttujan S kanssa ($\rho = 0,492$; $p < 0,001$),

²²Francis ym. (2004, 29) pitävät regressioanalyysin edellyttämän aineiston koon karkeana alarajana 80 havaintoa. Erään laskukaavan mukaan havaintoja olisi pitänyt olla hieman toistasataa (ks. Metsämuuronen 2006, 678–679).

mutta kontrollimuuttujalla K ei voitu osoittaa olevan tähän yhteyttä ($\rho = 0,260$; $p = 0,066$).

Osoittautui, että naisopiskelijat kokivat miesopiskelijoita voimakkaammin, että heiltä odotetaan CAS-teknologian käyttöä ($\overline{q19}_N = 4,5$; $\overline{q19}_M = 3,6$; $n_N = 27$; $n_M = 24$; $U = 154,0$; $p < 0,001$). Lisäksi, miesten omiin itsearvioihin verrattuna, naiset arvioivat käyttävänsä teknologiaa opetuksessa miehiä useammin ($\overline{q28a}_N = 6,1$; $\overline{q28a}_M = 4,7$; $n_N = 26$; $n_M = 23$; $U = 190,5$; $p = 0,027$). Kuitenkaan missään yhdistelmämuuttujassa eli asenteessa ($n_N = 28$; $n_M = 27$; $U = 372,5$; $p = 0,929$), koetussa käyttäytymisen kontrollissa ($n_N = 27$; $n_M = 24$; $U = 286,5$; $p = 0,482$), intentiossa ($n_N = 27$; $n_M = 24$; $U = 233,0$; $p = 0,076$) tai käytön sallimisessa ($n_N = 28$; $n_M = 27$; $U = 279,0$; $p = 0,091$) sukupuolten välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa.

Lopulta, mittauksen perusteella ensimmäiselle tutkimustehtävälle asetettuihin hypoteeseihin vastataan seuraavasti: i) Hypoteesi H1 asenteen ja intention välisestä tilastollisesti merkitsevästä korrelaatiosta hyväksytään. Asenteella ei voitu kuitenkaan selittää suunniteltua teknologian käytön aktiivisuutta; ii) Mittausongelmien vuoksi subjektiivista normia koskevaa hypoteesia H2 ei voida hyväksyä eikä hylätä; iii) Hypoteesi H3 koetun käyttäytymisen kontrollin ja intention välisestä tilastollisesti merkitsevästä korrelaatiosta hyväksytään.

6.3 Odotukset teknologian käytön seurauksista

Tutkimuksen toisena tehtävänä oli tunnistaa opettajaopiskelijoiden CAS-teknologian opetuskäyttöä koskevien asenteiden taustalla vaikuttavia uskomuksia. Aiemmissa tutkimuksissa tehtyjen löydösten perusteella uskomusten tarkastelu rajattiin kolmeen teemaan: odotuksiin teknologian käytön seurauksista lukiolaisten i) matematiikan oppimiseen, ii) opiskeluasenteeseen sekä iii) heidän välisen tasa-arvon toteutumiseen (ks. Luvut 3.2.1 ja 5.3.2).

6.3.1 Matematiikan opetuksen tavoitteiden priorisointi

Uskomukset siitä, mitä annettavaa CAS-teknologialla on opetukselle, liittyvät olennaisesti käsityksiin matematiikan opetuksen päämääristä. Taustakysymyksessä E opiskelijat priorisoivat pitkän matematiikan opetuksen tavoitteita valitsemalla viidestä esitetystä matemaattiseen osaamiseen liittyvästä tavoitteesta kolme tärkeintä (ks. Luku 2.3; vrt. myös Opetushallitus 2003, 118–119). Taulukkoon 7 on koottu valintojen frekvenssit sekä kuinka monta prosenttia nais- ja miesopiskelijoista teki kunkin valinnan.

Ehdotetuista tavoitteista keskeisimpänä pidettiin kykyä perustella omat valinnat, johtopäätökset ja ratkaisut (vrt. mukautuva päättely). Yleisimmät valinnat olivat *luottaa – perustella – soveltaa* (33 %), *sisäistää – perustella – soveltaa* (29 %) ja *luottaa – sisäistää – perustella* (18 %). Taulukkoon palataan Luvussa 6.3.2, kun CAS-teknologian käytölle asetettuja odotuksia peilataan opetuksen tavoitteisiin.

Taulukko 7. Pitkän matematiikan opetuksen tavoitteiden priorisointi ($N = 55$).

Opiskelija...	<i>n</i>	Naiset (%)	Miehet (%)
Seuraavista lukion <i>pitkän matematiikan</i> opetuksen tavoitteista mielestäni tärkeimmät ovat: (Valitse kolme mielestäsi tärkeintä tavoitetta)			
Osaa <i>perustella</i> omat valintansa, johtopäätöksensä ja ratkaisunsa.	52	100	89
Osaa <i>soveltaa</i> monipuolisesti erilaisia ongelmanratkaisustrategioita.	38	68	70
Oppii <i>luottamaan</i> omiin matemaattisiin kykyihinsä.	33	71	48
<i>Sisäistää</i> matematiikan käsitteet hyvin jäsentyneenä kokonaisuutena.	32	46	70
Osaa <i>laskea</i> mekaaniset laskutoimitukset rutiinilla.	10	14	22

6.3.2 Uskomukset asenteen selittäjinä

Opiskelijoiden uskomuksia CAS-teknologian käytön todennäköisistä seurauksista mitattiin kuvitteellisessa tilanteessa, jossa he asettivat itsensä lukion matematiikan opettajan asemaan. Skenaario osoittautui realistiseksi, sillä lähes kaikki vastaajat olivat valmiita opettamaan matematiikkaa lukiossa. Tässä asetelmassa opiskelijat täydensivät väitelauseita käyttämällä Likert-tyyppistä symmetristä asteikkoa, jonka vastakkaiset ääripäät *A* ja *B* oli määritelty kysymyskohtaisesti:

- 1 = Hyvin todennäköisesti *A* (epätodennäköisesti *B*)
- 2 = Jonkin verran todennäköisemmin *A* kuin *B*
- 3 = *A* ja *B* yhtä todennäköisiä / ei vaikutusta
- 4 = Jonkin verran todennäköisemmin *B* kuin *A*
- 5 = Hyvin todennäköisesti *B* (epätodennäköisesti *A*)

Taulukoihin 8–10 on koottu teemoittain osioihin saatujen vastausten ($N = 55$) keskiarvot ja keskihajonnat osioiden kääntämisen jälkeen sekä asteikoiden negatiivisiin ja positiivisiin päihin sijoittuneiden havaintojen prosenttiosuudet kaikista havainnoista. Lisäksi taulukoihin on laskettu muuttujien ja asennemuuttujan *A* väliset Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimet (ρ_A).

Matematiikan oppiminen

Opettajaopiskelijat uskoivat CAS-teknologian käytöllä olevan niin matematiikan oppimista estäviä kuin edistäviäkin vaikutuksia (Taulukko 8). Kaikkiaan opiskelijoiden odotuksia CAS-teknologian käytön vaikutuksista matematiikan oppimiseen voidaan silti kuvailla varauksellisiksi. Muuttujista q5r, q7r, q8, q10 ja q12 ($\alpha = 0,729$) lasketun oppimiselle asetettuja odotuksia kuvaavan yhdistelmämuuttujan *O* keskiarvo (2,63) jää asteikon puolivälin alapuolelle. Myös opetuksen tavoitteiden priorisoinneilla painotetun²³ yhdistelmämuuttujan *O'* jakaumasta tulkittuna lähes puolet opiskelijoista uskoi, että CAS-teknologian käyttö haittaa matematiikan oppimista (neg. 47 %, pos. 24 %).

²³Muuttujassa *O'* on huomioitu taustakysymyksessä E tehdyt opetuksen tavoitteiden arvioinnit siten, että sen arvot on laskettu kunkin koehenkilön priorisointeja vastaavista muuttujista (vrt. Taulukot 7 ja 8) sekä muuttujasta q12.

Taulukko 8. Odotukset CAS-teknologian käytön vaikutuksista matematiikan oppimiseen ($N = 55$).

Väittäjä ja asteikko	\bar{x}	σ	neg.-%	pos.-%	ρ_A
Jos käytän säännöllisesti CAS-teknologiaa <i>pitkän matematiikan</i> opetusvälineenä, niin...					
Opiskelijoiden mekaaniset laskutaidot ("laskurutiini") <i>Heikentyvät – Vahvistuvat</i> . [q5r]	1,8	0,83	86	6	0,292*
Opiskelijoiden mahdollisuudet sisäistää matematiikan käsitteitä sekä niiden välisiä suhteita <i>Huononevat – Paranevat</i> . [q7r]	3,1	0,96	29	40	0,588***
Opiskelijoiden ongelmanratkaisutaidot <i>Yksipuolistuvat – Monipuolistuvat</i> . [q8]	3,1	0,96	29	40	0,418**
Opiskelijoiden valmiudet perustella omia valintojaan, johtopäätöksiään ja ratkaisujaan <i>Huononevat – Paranevat</i> . [q10]	2,7	0,94	49	26	0,580***
Opiskelijoiden jatko-opintojen kannalta tärkeä matematiikan osaaminen <i>Heikentyy – Vahvistuu</i> . [q12]	2,6	1,03	47	18	0,602***
Yhdistelmämuuttuja O ($\alpha = 0,729$)	2,6	0,66	44	11	0,702***
Painotettu yhdistelmämuuttuja O'	2,7	0,83	47	24	0,710***

ρ_A = Muuttujan ja asennemuuttujan A välinen korrelaatio (*: $p < 0,05$; **: $p < 0,01$ ja ***: $p < 0,001$)

Peräti 86 prosenttia opettajaopiskelijoista epäili, että lukiolaisten laskurutiini heikentyy teknologian käytön seurauksena (muuttuja q5r). Taustakysymyksen E frekvenssin perusteella koehenkilöt pitivät laskurutiinin kehittymistä kuitenkin verrattain vähäpätöisenä opetuksen tavoitteena (ks. Taulukko 7). Melko yksimielinen käsitys seurauksista yhdistettynä rutiiniosaamisen pieneen painoarvoon opetuksen tavoitteissa selittänevät sen, että muuttujan q5r ja asennemuuttujan A välille ei muodostunut erityisen vahvaa yhteyttä ($\rho = 0,292$; $p = 0,031$).

Lähes puolet opiskelijoista uskoi, että CAS-teknologian säännöllinen käyttö opetuksessa haittaa keskeisimpänä pidetyn opetuksen tavoitteen, eli matemaattisten argumentointitaitojen kehittymisen, toteutumista (muuttuja q10). Odotukset työkalujen käytön vaikutuksesta lukiolaisten perustelutaitojen kehittymiseen korreloivat asenteen kanssa tilastollisesti erittäin merkitsevästi ($\rho = 0,580$; $p < 0,001$). Edelleen, alle viidennes opiskelijoista uskoi teknologian käytön vahvistavan ja lähes puolet heikentävän lukiolaisten jatko-opintojen kannalta tärkeää matematiikan osaamista (muuttuja q12). Korrelaatiota uskomusmuuttujan q12 ja asennemuuttujan A välillä voidaan pitää korkeana ($\rho = 0,602$; $p < 0,001$).

Näistä negatiivispainotteisista odotuksista huolimatta CAS-teknologian käytön nähtiin ennemmin parantavan (pos. 40 %) kuin huonontavan (neg. 29 %) opiskelijoiden mahdollisuuksia sisäistää matematiikan käsitteitä ja niiden välisiä suhteita (muuttuja q7r). Korrelaatiota uskomuksen ja yleisen asenteen välillä voidaan pitää melko korkeana ($\rho = 0,588$; $p < 0,001$). Teknologian käytön nähtiin samassa suhteessa (noin 4 : 3) ennemmin monipuolistavan kuin yksipuolistavan opiskelijoiden ongelmanratkaisutaitoja (muuttuja q8).

Kaikkiaan opiskelijoiden odotuksilla CAS-teknologian säännöllisen käytön vaikutuksista matematiikan oppimiseen (O') oli vahva yhteys teknologia-asenteeseen ($\rho = 0,710$; $p < 0,001$). Toisin

sanoen, keskimääräistä kielteisemmin teknologian käyttöön suhtautuneet opiskelijat odottivat, että käytön seurauksena matematiikan osaaminen heikentyy, kun taas myönteisemmin asennoituneiden opiskelijoiden odotukset olivat jopa käänteisiä ($\overline{O'}_{A-} = 2,1$; $\overline{O'}_{A+} = 3,3$; $n_{A-} = 21$; $n_{A+} = 23$; $U = 44,0$; $p < 0,001$).²⁴

Asenne matematiikan opiskelua kohtaan

Osioissa 1, 4 ja 9 selvitettiin koehenkilöiden uskomuksia siitä, miten säännöllinen CAS-teknologian opetuskäyttö vaikuttaa lukiolaisten matematiikan opiskelun affektiiviseen puoleen (Taulukko 9). Väittämät perustuivat Kilpatrickin ym. (2001) köysimallin yritteliäisyys -piirteeseen (ks. Luku 2.3).

Taulukko 9. Odotukset CAS-teknologian käytön vaikutuksista lukiolaisten yritteliäisyyteen ($N = 55$).

Väittämä ja asteikko	\bar{x}	σ	neg.-%	pos.-%	ρ_A
Jos käytän säännöllisesti CAS-teknologiaa <i>pitkän matematiikan</i> opetusvälineenä, niin...					
Matematiikan opiskelusta tulee opiskelijoille <i>Ikävämpää – Muka-</i> <i>vampaa</i> . [q1r]	3,5	0,66	6	55	0,348**
Opiskelijoiden luottamus matemaattisiin kykyihinsä <i>Heikentyy –</i> <i>Vahvistuu</i> . [q4]	3,0	0,95	35	33	0,234
Matematiikan opiskelusta tulee opiskelijoille <i>Merkityksettömämpää</i> <i>– Merkityksellisempää</i> . [q9r]	3,1	0,80	20	33	0,552***

ρ_A = Muuttujan ja asennemuuttujan A välinen korrelaatio (*: $p < 0,05$; **: $p < 0,01$ ja ***: $p < 0,001$)

Osiot 1 ja 9 liittyivät uskomuksiin teknologian käytön vaikutuksista lukiolaisten opiskeluasenteeseen. Opiskelijoiden niukka enemmistö (55 %) piti todennäköisenä sitä, että CAS-teknologian säännöllinen käyttö tekee pitkän matematiikan opiskelun lukiolaisille mukavammaksi (muuttuja q1r). Vain kuusi prosenttia vastaajista odotti opiskelun muuttuvan ikävämmäksi. Odotukset siitä, tuleeko matematiikan opiskelusta teknologian käytön myötä merkityksellisempää vai merkityksettömämpää olivat kaksijakoisemmat (muuttuja q9r; neg. 20 %; pos. 33 %). Kuitenkin lähes puolet vastaajista oli silti sitä mieltä, että työkalujen käyttö ei todennäköisesti vaikuta merkityksellisyiden tunteeseen suuntaan tai toiseen.

Muuttujan q9r ja asennemuuttujan A välille muodostui korkeahko korrelaatio ($\rho = 0,552$; $p < 0,001$) muuttujien q1r ja A välisen yhteyden jäädessä matalammaksi ($\rho = 0,348$; $p = 0,009$). Joka tapauksessa korrelaatiokertoimista on tulkittavissa, että ne opettajaopiskelijat, jotka uskoivat CAS-teknologian käytön vaikuttavan tulevien oppilaidensa asenteeseen myönteisesti, näyttävät myös itse suhtautuvan teknologian käyttöön myönteisemmin.

Kysymys siitä, heikentääkö vai vahvistaako CAS-teknologian käyttö lukiolaisten matemaattista itseluottamusta, sai kaksijakoisen vastaanoton (muuttuja q4; neg. 35 %; pos. 33 %). Muuttujalla q4 ei kuitenkaan ollut mainittavaa yhteyttä asennemuuttujaan A ($\rho = 0,234$; $p = 0,085$). Sivuhuomiona mainittakoon, että naisopiskelijoista yli 70 prosenttia piti itseluottamuksen muodostumista yhtenä

²⁴U-testiä varten tutkimusjoukko puolitettiin asennemuuttujan A mediaanin (3,33) kohdalta siten, että mediaanihavaintoja ei otettu mukaan kumpaankaan ryhmään.

kolmesta tärkeimmästä matematiikan opetuksen tavoitteesta, kun miehistä valinnan teki alle puolet (Taulukko 7).

Tasa-arvokysymys

Reilu puolet (53 %) opettajaopiskelijoista uskoi CAS-teknologian säännöllisen opetuskäytön tavalla tai toisella heikentävän tulevien oppilaidensa välistä tasa-arvoa (muuttuja q6; Taulukko 10). Vain kolme opiskelijaa uskoi käytöllä olevan vastakkaisia seurauksia. Tasa-arvokysymystä arvioitiin erillään muista teknologian käytön todennäköisistä seurauksista ($\rho_{\max} = 0,210$, jolle $p = 0,123$). Muuttujan q6 ja asennemuuttujan A välille ei niin ikään muodostunut mainittavaa yhteyttä ($\rho = 0,103$; $p = 0,453$).

Taulukko 10. Odotukset CAS-teknologian käytön vaikutuksista tasa-arvon toteutumiseen ($N = 55$).

Väittämä ja asteikko	\bar{x}	σ	neg.-%	pos.-%	ρ_A
Jos käytän säännöllisesti CAS-teknologiaa <i>pitkän matematiikan</i> opetusvälineenä, niin...					
Opiskelijoiden yksilöllisten tarpeiden huomioiminen <i>Vaikeutuu – Helpottuu</i> . [q3r]	3,0	0,91	27	33	0,361**
Opiskelijoiden välinen tasa-arvo <i>Heikentyy – Vahvistuu</i> . [q6]	2,5	0,79	53	6	0,103

ρ_A = Muuttujan ja asennemuuttujan A välinen korrelaatio (*: $p < 0,05$; **: $p < 0,01$ ja ***: $p < 0,001$)

Tasa-arvon toteutumiseen liittyy olennaisesti se, miten opetus tavoittaa erilaiset oppijat. Osiossa 3 testattiin CAS-teknologiassa nähtyä potentiaalia opetuksen eriyttämisessä (vrt. esim. Luvussa 3.2.1 esitetty Kutzlerin ajatus CAS-teknologiasta matemaattisena kompensatona). Lukiolaisten yksilöllisten tarpeiden huomioimisen odotettiin jokseenkin samoissa määrin vaikeutuvan (neg. 27 %) kuin helpottuvan (pos. 33 %) teknologian käytön myötä.

6.4 Käsitykset CAS-teknologian mielekkäästä käytöstä

Kyselylomakkeen lopussa koehenkilöt arvioivat valikoitujen kirjallisuudessa ehdotettujen CAS-teknologian sovellusten mielekkyyttä erikseen pitkän ja lyhyen matematiikan opetuksen kontekstissa (Taulukko 11). Opiskelijat kokivat työkalujen sopivan kauttaaltaan paremmin pitkän kuin lyhyen matematiikan opetukseen. Tulosten raportoinnissa keskitytään pitkän matematiikan kontekstissa tehtyihin arvioihin.

Funktionaaliset sovellukset

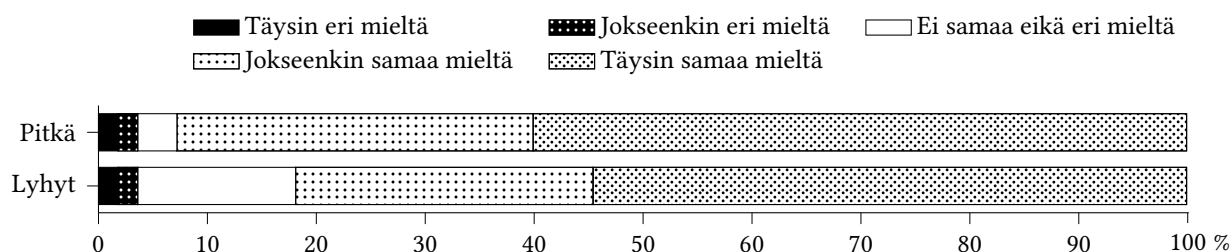
Osioissa 31 ja 32 ehdotettiin kahta mustan laatikon menetelmää, joissa CAS saa hyvin erilaiset roolit, vaikka konkreettinen vuorovaikutus käyttäjän ja työkalun välillä (syöte ja palaute) ei välttämättä muutu. Sovellukset saivat opiskelijoilta hyvin erilaiset vastaanotot.

Taulukko 11. CAS-teknologian käyttösovellusten mielekkyyden arviointi ($N = 55$, paitsi $N_{q32b} = 54$).

Muuttuja		\bar{x}	σ	neg.-%	pos.-%
Lukion matematiikan opetuksessa CAS-teknologiaa olisi mielekästä käyttää...					
Kynällä ja paperilla laskettujen tulosten tarkistamiseen. ⁱ⁾	a) Pitkä matematiikka [q31a]	4,5	0,81	4	93
	b) Lyhyt matematiikka [q31b]	4,3	0,92	4	82
Ensisijaisena symbolimuotoisten tulosten tuottajana (esim. derivaattojen laskemiseen ja yhtälönratkaisuun). ⁱⁱ⁾	a) Pitkä matematiikka [q32a]	2,8	1,05	47	29
	b) Lyhyt matematiikka [q32b]	2,5	1,11	52	19
Työskentely-ympäristönä, jossa ongelmat ratkaistaan alusta loppuun. ⁱⁱⁱ⁾	a) Pitkä matematiikka [q33a]	3,0	1,14	31	36
	b) Lyhyt matematiikka [q33b]	2,6	1,18	47	24
Lausekkeiden käsittelyn ja vaihteittain laskemisen opettamisen ja opiskelun tukena. ⁱⁱ⁾	a) Pitkä matematiikka [q34a]	3,7	0,90	13	69
	b) Lyhyt matematiikka [q34b]	3,3	1,11	27	47
Tutkimusvälineenä, jonka avulla yksittäistapauksia systemaattisesti tuottamalla ja tarkastelemalla voidaan löytää matematiikan lainalaisuuksia. ⁱⁱⁱ⁾	a) Pitkä matematiikka [q35a]	3,8	0,92	11	71
	b) Lyhyt matematiikka [q35b]	3,2	1,15	26	40
Matemaattisen keskustelun herättelijänä ja tukijana. ^{iv)}	a) Pitkä matematiikka [q36a]	3,8	1,04	11	69
	b) Lyhyt matematiikka [q36b]	3,4	1,18	22	46

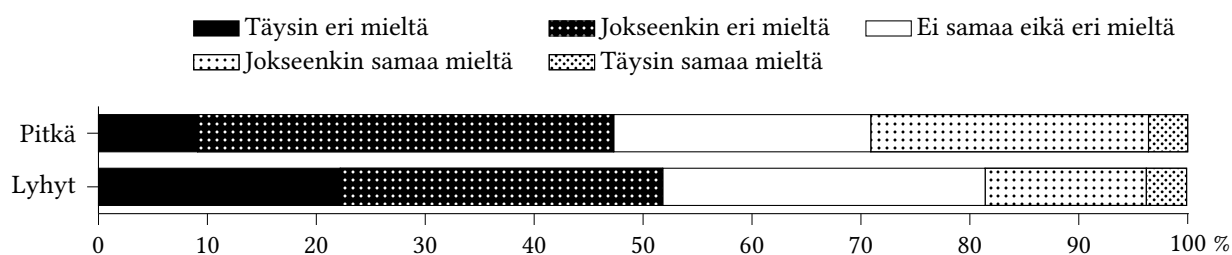
i) Vrt. Kinnunen (2011, 20); ii) Heid & Edwards (2001, 130–132); iii) Kivelä (2012, 5); iv) Esim. Nabb (2010, 7).

Yhdeksän opiskelijaa kymmenestä piti CAS-teknologian käyttöä kynällä ja paperilla laskettujen tulosten tarkistamiseen mielekkäänä toimintana pitkän matematiikan opetuksessa (muuttuja q31a; Kuvio 10). Ehdotetuista sovelluksista ylivoimaisesti suosituimmaksi nousseen käyttötavan kyseenalaisti vain kaksi vastaajaa.²⁵

**Kuvio 10.** Lukion matematiikan opetuksessa CAS-teknologiaa olisi mielekästä käyttää kynällä ja paperilla laskettujen tulosten tarkistamiseen. (Muuttujat q31a ja q31b)

Sen sijaan CAS-teknologian käyttäminen ensisijaisena symbolimuotoisten tulosten tuottajana sai ehdotetuista sovelluksista varauksellisimman vastaanoton (muuttuja q32a; Kuvio 11). Se oli myös sovelluksista ainoa, jonka mielekkyys kyseenalaistettiin useammin kuin hyväksyttiin (neg. 47 %; pos. 29 %).

²⁵Peräti 82 prosenttia vastaajista koki sovelluksen sopivan myös lyhyen matematiikan opetukseen (muuttuja q31b). Kaikkien muiden arvioitujen sovellusten kannatus jäi lyhyen matematiikan kontekstissa alle puoleen.



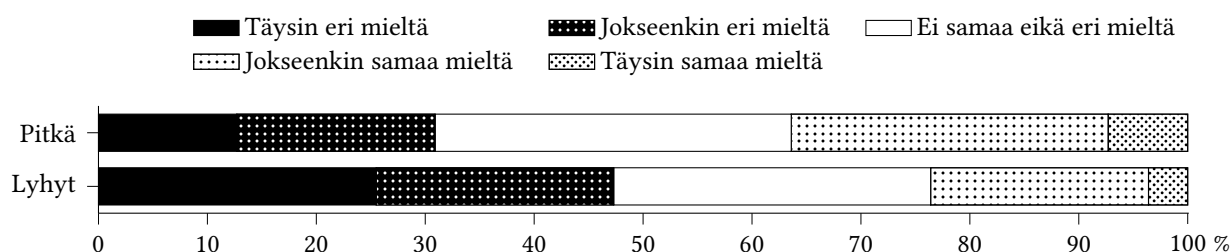
Kuvio 11. Lukion matematiikan opetuksessa CAS-teknologiaa olisi mielekästä käyttää ensisijaisena symbolimuotoisten tulosten tuottajana. (Muuttujat q32a ja q32b)

Vastustuksesta huolimatta, lähes joka kolmas opiskelija piti teknologian käyttöä ensisijaisena symbolimuotoisten tulosten tuottajana vähintään jokseenkin mielekkäänä. Kirjallisuudessa tätä teknologian funktionaalista sovellusta on usein perusteltu sillä, että laskennan ulkoistamisen myötä opetuksessa jää enemmän aikaa muille matematiikan osa-alueille (ks. Luku 2.4.2). Tätä ajatusta testattiin myös opiskelijoilla osiossa 16: ”CAS-teknologiasta on pitkän matematiikan opetuksessa hyötyä, koska sen avulla voi vapauttaa aikaa rutiinien harjoittelusta mielenkiintoisempien sisältöjen opettamiseen.” ($N = 55$; neg. 20 %; pos. 62 %.)

Empiirisesti ajatuksen (muuttuja q16) ja arvioiden (muuttuja q32a) väliltä ei löytynyt yhteyttä. Siten sovelluksen saamaa kannatusta voidaan tämän tutkimuksen puitteissa selittää korkeintaan sillä, että sovellusta puoltaneet opiskelijat eivät pitäneet teknologian heikentävää vaikutusta mekaanisiin laskutaitoihin niin ilmeisenä kuin muut (muuttuja q5r; $n_1 = 16$; $n_2 = 39$; $U = 200,5$; $p = 0,026$).

CAS kokonaisvaltaisena työskentely-ympäristönä

Osiossa 33 arvioitiin Kivelän (2012, 5) esittämää tulevaisuuden näkymää, missä CAS nähdään työskentely-ympäristönä, jossa ongelmat ratkaistaan alusta loppuun. Ehdotus jakoi mielipiteitä: muuttujan q33a keskiarvoksi muodostui tasan 3, reilun kolmanneksen pitäessä ajatusta vähintään jokseenkin mielekkäänä ja vajaan kolmanneksen kyseenalaistaessa sen (Kuvio 12).



Kuvio 12. Lukion matematiikan opetuksessa CAS-teknologiaa olisi mielekästä käyttää työskentely-ympäristönä, jossa ongelmat ratkaistaan alusta loppuun. (Muuttujat q33a ja q33b)

CAS matematiikan opettamisen ja opiskelun tukena

Kolme edellistä sovellusta keskittyivät paikantamaan CAS-teknologian enemmän tai vähemmän funktionaalista asemaa matemaattisten ongelmien ratkaisuprosessissa. Kolmessa jälkimmäisessä ehdotetussa sovelluksessa (osiot 34–36) painottui selvemmin työkalujen pedagoginen potentiaali.

CAS-teknologialle on usein ehdotettu roolia matemaattisen keskustelun herättelijänä ja tukijana (ks. Luku 2.4.1). Osiossa 36 testattiin näkivätkö opiskelijat teknologialla olevan tällaista käyttöä. Osiot 34 ja 35 perustuivat Heidin ja Edwardsin (2001) ajatuksiin siitä, miten CAS-teknologiaa voitaisiin hyödyntää symbolisen käsittelyn toimintamallien opiskelussa sekä induktiivista ajattelua pohjustavana tutkimusvälineenä (ks. Luku 2.4.2). Nämä kolme ehdotettua pedagogista sovellusta saivat opiskelijoilta tasaisen noin 70 prosentin hyväksynnän (ks. tarkemmin Taulukko 11 ja Liite 3).

6.5 Sovellusten arviointiin perustuva ryhmittely

Opiskelijat arvioivat osioissa 31–36 ehdotettuja CAS-teknologian sovelluksia lyhyen ja pitkän matematiikan konteksteissa samansuuntaisesti. Muuttujien välisiä korrelaatiokertoimia $a-b$ (pitkä-lyhyt) -pareittain voidaan pitää korkeina ($0,608 \leq \rho_k \leq 0,724$ ja $p_k < 0,001$ kaikilla k). Sen sijaan pitkän matematiikan kontekstissa tehdyillä arvioilla (muuttujat q31a–q36a) ei ollut keskenään selvää yhteyttä ($\alpha = 0,419$). Vahvin yhteys oli muuttujilla q34a, q35a ja q36a (Taulukko 12). Silti kaikkien käyttösovellusmuuttujien osajoukkojen Cronbachin alphan arvot jäivät mataliksi ($\alpha < 0,60$).

Taulukko 12. Muuttujien q31a, ..., q36a väliset korrelaatiokertoimet (Spearman rho).

	q31a	q32a	q33a	q34a	q35a	q36a
q31a	1	-0,049	-0,193	0,381**	-0,004	0,294*
q32a		1	0,029	0,066	-0,036	-0,009
q33a			1	0,149	0,273*	0,231
q34a				1	0,311*	0,371**
q35a					1	0,367**
q36a						1

*: $p < 0,05$; **: $p < 0,01$ ja ***: $p < 0,001$

Korrelaatiotarkastelusta tehtiin päätelmä, että opiskelijoiden suhtautuminen CAS-teknologian eri sovelluksiin ei ole mustavalkoista, vaan tulevat matematiikan opettajat suosivat keskenään erilaisia käyttötapojen yhdistelmiä. Tämä huomio johti pohdintaan siitä, olivatko opiskelijoiden näkemykset toisistaan erillisiä vai onko heidän mieltymystensä välillä yhtäläisyyksiä. Toisin sanoen, voidaanko opiskelijoista muodostaa kohtuullinen määrä ryhmiä sen perusteella, minkälaisia CAS-menelmiä he puolsivat? Tähän kysymykseen (vrt. kolmas tutkimustehtävä) etsittiin vastausta klusterianalyysin työkaluilla.

Käyttösovellusten arviointeihin perustuva havaintojen ryhmittely toteutettiin muuttujien q32a, q34a, q35a ja q36a perusteella.²⁶ Muuttujat käyttivät samaa skaalaa, joten niiden standardointi ei ollut tarpeen. Lopullinen ryhmittely tuotettiin K -keskiarvon klusterianalyysillä, mutta menetelmän

²⁶Muuttujalla q31a olisi ollut melko vähän annettavaa ryhmittelyyn, sillä melkein kaikki opiskelijat puolsivat teknologian käyttöä käsin laskettujen tulosten tarkistamiseen (ks. Luku 6.4). Lisäksi alustavat ryhmittelyt osoittivat, että muuttujan q33a mukanaolo vaikeutti ryhmien tulkintaa.

edellyttämien esitietojen, eli klustereiden lukumäärän ja alustavien klusterikeskusten, selvittämiseksi aineistolle tehtiin aluksi havaintojen keskinäisiin etäisyyksiin perustuva hierarkkinen ryhmittely (ks. Luku 5.5.3).

Hierarkkisen ryhmittelyn tuloksena syntyneestä *dendrogrammista*²⁷ (ks. Liite 4) tulkittiin, että mielekäs klusterien lukumäärä olisi neljästä kuuteen. Havainnot osoitettiin siten aluksi kuuteen ryhmään ($n_1 = 25; n_2 = 10; n_3 = 7; n_4 = 4; n_5 = 7; n_6 = 2$) ja kullekin ryhmälle laskettiin neljän ryhmittävän muuttujan keskiarvot (klusterikeskus). Klustereiden välinen keskiarvojen vertailu osoitti, että samankaltaisia ryhmiä kannattaa yhdistää, ja kahden liitoksen jälkeen klustereita jäi lopulta neljä. Näin saaduille klustereille laskettiin uudet keskiarvot ja niitä käytettiin *K*-keskiarvon analyysin alustavina klusterikeskuksina. Iteratiivinen *K*-keskiarvon analyysi viimeisteli ryhmittelyn ja kiinnitti havainnot muodostuneisiin ryhmiin (ks. Taulukko 13).

Taulukko 13. Klusterikeskukset (alustavat arvot suluissa) ja havaintojen lukumäärät klustereittain.

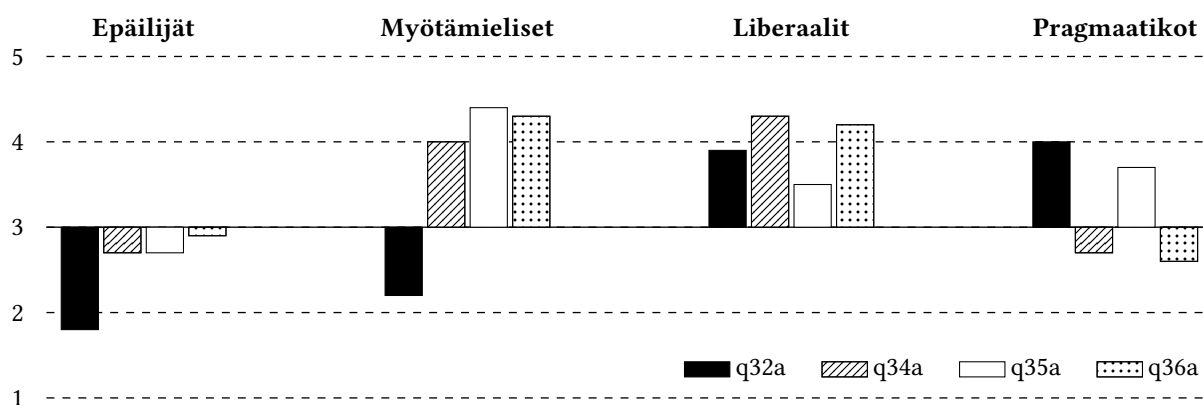
Muuttuja	Klusterit			
	I	II	III	IV
"Tulosten tuottaja" [q32a]	1,8 (1,7)	2,2 (2,4)	3,9 (3,8)	4,0 (4,0)
"Laskumenetelmien opetuksen tukija" [q34a]	2,7 (2,6)	4,0 (4,1)	4,3 (4,3)	2,7 (2,7)
"Tutkimusväline" [q35a]	2,7 (3,0)	4,4 (4,4)	3,5 (3,4)	3,7 (3,7)
"Keskustelun tukija" [q36a]	2,9 (3,1)	4,3 (4,3)	4,2 (4,2)	2,6 (2,6)
<i>n</i>	9	26	13	7

Ryhmittelyn onnistumista voidaan arvioida vertailemalla ryhmittelyssä käytettyjen muuttujien keskiarvoja muodostettujen klustereiden välillä (vrt. Nummenmaa 2009, 432). Tarkasteltavat muuttujat eivät olleet normaalisti jakautuneita, joten vertailussa käytettiin Kruskalin–Wallisin -testiä. Osoittautui, että ryhmien välillä oli kaikkien testissä käytettyjen muuttujien suhteen tilastollisesti erittäin merkitsevä ero ($p < 0,001$).

Jaon onnistumista testattiin lisäksi klusteripareittain ja muuttujittain suoritetuilla U-testeillä. U-testien *p*-arvot on raportoitu Liitteen 3 Taulukossa 17. Esimerkiksi klusterit I ja II eroavat tilastollisesti merkitsevästi toisistaan muuttujien q34a, q35a ja q36a suhteen ja klustereiden II ja IV välillä erot ovat tilastollisesti merkitseviä jokaisessa neljässä muuttujassa. Testitulosten nojalla ryhmittelyä voidaan pitää onnistuneena.

Ryhmittelyä seurasi tulkinta. Muodostetut klusterit nimettiin klusterikeskusten koordinaattien (Taulukko 13) perusteella seuraavasti: I *Epäilijät* ($n = 9$), II *Myöitämieliset* ($n = 26$), III *Liberaalit* ($n = 13$) ja IV *Pragmatikot* ($n = 7$). Klustereiden väliset erot ryhmittelevien muuttujien suhteen on havainnollistettu Kuviossa 13.

²⁷Dendrogrammi on visuaalinen esitys klustereiden hierarkkisesta muodostamisprosessista (ks. IBM 2012, 180).



Kuvio 13. Klusterikeskusten graafinen esitys.

6.5.1 Epäilijät

Noin kuudesosa ($n = 9$) opettajaopiskelijoista sijoittui Epäilijät -klusteriin (I). Epäilijän stereotyyppi (vrt. klusterikeskus) suhtautuu varauksellisesti CAS-teknologian sovelluksiin silloin, kun sitä käytetään muuhun kuin käsin laskettujen tulosten tarkistamiseen.

Epäilijöitä ($\bar{A}_I = 2,4$) kuvaa muita opiskelijoita ($\bar{A}_{II,III,IV} = 3,5$) kielteisempi asenne CAS-teknologian opetuskäyttöä kohtaan ($n_I = 9$; $n_{II,III,IV} = 46$; $U = 65,0$; $p = 0,001$). Erityisesti heillä oli muita pessimistisemmät odotukset teknologian säännöllisen käytön vaikutuksista käsitteellisen ymmärryksen kehittymiseen (muuttuja q7; $n_I = 9$; $n_{II,III,IV} = 46$; $U = 85,0$; $p = 0,002$).

Lisäksi Epäilijät suhtautuivat kielteisemmin lukiolaisten teknologian käyttöön ja kieltäisivät työkalujen käytön pitkän matematiikan kokeissa muita useammin ($\bar{S}_I = 2,6$; $\bar{S}_{II,III,IV} = 3,5$; $n_I = 9$; $n_{II,III,IV} = 46$; $U = 102,5$; $p = 0,014$). He myös reagoivat muita opiskelijoita epäluuloisemmin ehdotukseen, että CAS-teknologian käytön opetteluun itsessään liittyisi arvokasta matematiikan oppimista (vrt. Luku 2.4.1; muuttuja q17; $n_I = 9$; $n_{II,III,IV} = 46$; $U = 117,5$; $p = 0,028$).

Seuraavat klusteriin sijoittuneiden opiskelijoiden ajatukset kuvaavat Epäilijöiden teknologian käyttöön kohdistuvia pelkoja ja varauksellisuutta:

“ Pelkään, että opiskelijat vieraantuvat matikasta. ”Laskin näin, mutten tiedä miksi...” ”

Opiskelija #54

“ CAS-teknologiaa pitäisi mielestäni käyttää vain tarkistusmielessä. Vasta sitten kun ollaan 100 % varmoja siitä, että oppilas hallitsee laskurutiinit, voidaan mekaaniset laskutoimitukset ja sievennykset suorittaa CAS-teknologialla. ”

Opiskelija #18

6.5.2 Myötämieliset

Ryhmittelyn suurimmaksi klusteriksi (II) muodostui (Pedagogis-)Myötämielisten joukko ($n = 26$), johon kuuluvat opiskelijat suhtautuivat myönteisesti erilaisiin CAS-teknologian pedagogisiin sovelluksiin (muuttujat q34a, q35a ja q36a). Myötämieliset eroavat Liberaaleista (III) suhtautumalla

varauksellisesti CAS-teknologiaan ensisijaisena symbolisten tulosten tuottajana (ks. muuttuja q32a Taulukossa 13; $n_{II} = 26$; $n_{III} = 13$; $U = 12$; $p < 0,001$):

“ Uskon, että matematiikan ymmärrys hämärtyy, kun käsin laskemisesta luovutaan. Sieventämisestä tulee mystifioitu asia, joka periaatteessa osataan, mutta ei käytännössä (vrt. radion korjaaminen itse tai ydinvoimalan rakentaminen fysiikan tiedoilla). ”

Opiskelija #48

Erityisesti Myötämieliset pitivät CAS-teknologiaa potentiaalisena tutkimusvälineenä (ks. muuttuja q35a Taulukossa 13; $n_{II} = 26$; $n_{I,III,IV} = 29$; $U = 123,5$; $p < 0,001$). Sanallisissa vastauksissa he ehdottivat teknologian sopivan juuri perustaitoja soveltavaan ja syventävään opiskeluun – peräänkuuluttaen samalla apuvälineistä riippumatonta matematiikan perusosaamista:

“ Jos opetusta matematiikassa vietäisiin enemmän ongelmanratkaisusuuntaan, niin CAS-laskin olisi erittäin hyödyllinen työkalu. Se ei kuitenkaan poista tarvetta ymmärtää ja osata peruslaskutoimituksia! CAS-laskin mahdollistaa soveltavien ja käytännönläheisten ongelmanratkaisutehtävien lisäämisen kouluissa. ”

Opiskelija #13

“ Peruslaskutaidot kuten murtolukujen laskutoimituksen ja ensimmäisen asteen yhtälön ratkaisu sekä prosenttilaskut tulisi jokaisen ylioppilaan osata laskimen opetuskäytöstä huolimatta. Laskimen käytöstä on parhain hyöty taitojen syventämisessä, tutkimustehtävissä, joilla voidaan motivoida opiskelijoita ja limittää opetukseen arkipäivän sovelluskohteita. Lisäksi perustaitojen rutinoitumisen jälkeen ja kun perusosaamistaso on saavutettu laskimella voidaan suorittaa monimutkaisempien ja ajattelua sekä ongelmanratkaisua vaativien tehtävien peruslaskutoimitukset ja tarkistaminen. ”

Opiskelija #34

6.5.3 Liberaalit

Liki neljännes ($n = 13$) koehenkilöistä sijoittui Liberaalit -klusteriin (III). Liberaalin stereotyyppi suhtautuu myönteisesti kaikkia ryhmittelyssä huomioituja CAS-sovelluksia kohtaan. Klusteriin sijoittuneet opiskelijat eivät olleet ainoastaan teknologian käytön suhteen poikkeuksellisen vapaa-mielisiä vaan myös muita innokkaampia teknologian käyttäjiä ($\bar{I}_{III} = 4,5$; $\bar{I}_{I,II,IV} = 3,7$; $n_{III} = 11$; $n_{I,II,IV} = 40$; $U = 116,50$; $p = 0,013$). Liberaalit sallisivat myös muita useammin lukiolaisten CAS-teknologian käytön (yhdistelmämuuttuja S; $n_{III} = 13$; $n_{I,II,IV} = 42$; $U = 166,0$; $p = 0,031$).

Muiden ryhmien itsearvioihin verrattuna Liberaalit arvioivat itsensä luontevammiksi teknologian käyttäjiksi (muuttuja q20; $n_{III} = 11$; $n_{I,II,IV} = 40$; $U = 131,50$; $p = 0,036$), mutta kokonaisuudessaan he eivät pitäneet työkalujen käyttöä juurikaan muita vaivattomampana (ks. yhdistelmämuuttuja K Taulukossa 14, s. 51).

Liberaalien avoimista vastauksista löytyi uudistusmielisiä ajatuksia:

“ Näen luonnollisena kehityksenä CAS:n yleistymisen, ja se toimii hyvin yhteen esim. sähköisten yo-kirjoitusten kanssa. Tietokone-/tablettikäyttö on vielä potentiaalisesti paljon kätevämpää kuin erillinen laskin. En ymmärrä, miksi osa opettajakunnasta vastustaa kehitystä, mielestäni kyse on vastaavasta asiasta kuin päässälaskun osittainen korvaaminen funktiolaskimella aikanaan. ”

Opiskelija #28

“ Olisi mielenkiintoista kokeilla pienten ohjelmien ohjelmointia laskimilla. Ohjelmoitavuus kun on ollut mahdollista lukion laskimissa jo varsin pitkään. ”

Opiskelija #29

6.5.4 Pragmaatikot

Lopuksi ryhmittely tuotti pienen Pragmaatikkojen vähemmistön (klusteri IV; $n = 7$). Pragmaatikon mielestä pitkän matematiikan opetuksessa CAS-teknologiaa on mielekästä käyttää symbolisten tulosten tuottajana ja tutkimusvälineenä. Tutkimuskäytön lisäksi hän ei innostu muista ehdotetuista (korostetun) pedagogisista sovelluksista. Pragmaatikolle laskentateknologian mielekäs käyttö koulussa on lähellä sen alkuperäistä funktionaalista, myös ammattilaisia palvelevaa, tarkoitusta. Niin ikään tarkentavissa vastauksissa CAS nähtiin matematiikan ja ”todellisen maailman” välisenä linkkinä:

“ CAS-teknologiaa voisi käyttää näyttäessä opiskelijoille esimerkiksi differentiaalilaskennan käytännön esimerkkejä. ”

Opiskelija #27

Taulukko 14. Yhdistelmämuuttujien keskiarvot eri klustereissa. Muiden klustereiden keskiarvoista tilastollisesti merkitsevästi ($p < 0,05$) eroavat arvot on alleviivattu.

	Asenne A	Kontrolli K	Intentio I	Salliminen S
I Epäilijät	<u>2,4</u>	3,6	3,6	<u>2,6</u>
II Myötämieliset	3,4	3,5	3,8	3,4
III Liberaalit	3,6	3,8	<u>4,5</u>	<u>3,9</u>
IV Pragmaatikot	3,2	3,3	3,7	3,4

6.5.5 Ryhmittelyn kritiikki

Edellä esitetty ryhmittely osoitettiin muodollisesti päteväksi näyttämällä, että ryhmät eroavat toisistaan kaikkien ryhmittelyssä käytettyjen muuttujien suhteen. Ryhmittelyn ja tulkinnan mielekkyyttä tukee se, että klustereiden välillä löydettiin tilastollisesti merkitseviä eroja myös muissa opiskelijoiden ja teknologian välistä suhdetta kuvaavissa muuttujissa, kuten asenteessa ja intentiossa.

Klusterianalyysin tuloksiin on kuitenkin suhtauduttava kriittisesti erityisesti kahdesta syystä. Ensinnäkin, ryhmittely perustui havaintojen välisiin euklidisiin etäisyyksiin. Siten menetelmän eksakti käyttö edellyttäisi, että ryhmittelevät muuttujat ovat välimatka-asteikollisia. Osioissa käytetty Likert-asteikko ei kuitenkaan tarkalleen ottaen ole sellainen vaan (hyvä) järjestysasteikko (Metsämuuronen 2006, 102). Toisin sanoen, Likert-asteikolla mitattujen havaintojen välisten etäisyyksien tarkka määrittäminen tavanomaisessa (euklidisessa) mielessä ei periaatteessa ole mahdollista (vrt. Nummenmaa 2009, 432). Siksi myös klusterikeskusten koordinaatteja voidaan pitää korkeintaan hyvinä suuntaa antavina arvioina.²⁸

Toisekseen, tulosten arvioinnissa on muistettava, että klusterianalyysi on luonteeltaan melko eksploraatiivinen työkalu (Nummenmaa 2009, 432; Metsämuuronen 2006, 836). Ryhmittelyyn vaikuttaa olennaisesti siihen valitut muuttujat ja ryhmien lukumäärä. Lisäksi menetelmässä korostuu tutkijan tulkintatyö, joka lähenee tietyssä mielessä laadullisen tutkimuksen sisällönanalyysia (Metsämuuronen 2006, 836). Voidaankin olettaa, että esitetylle jaolle ja tulkinnalle on olemassa haastajia. Mitä johtopäätöksiä yksittäisestä ryhmittelystä voidaan lopulta tehdä?

Edellä raportoituun ryhmittelyyn valitut muuttujat perustuivat vain muutamaan, mutta tarkasti valittuun lomakkeen osioon. Ryhmittelevät osiot (so. arvioitavat CAS-sovellukset) oli pyritty laatimaan siten, että ne edustavat keskenään erityyppisiä teknologian käyttötapoja. Muuttujien heikko sisäinen konsistenssi puoltaa – joskaan ei osoita – sitä, että ne myös saivat tällaiset tulkinnat.

Muodostettujen ryhmien lukumäärä perustui hierarkkisessa klusterianalyysissa saatuihin tuloksiin. Osoittautui, että klustereiden lukumäärän maltillinen kasvattaminen jakoi pienempiä klustereita pienemmiksi ja vaikeammin tulkittaviksi klustereiksi, suurimman klusterin pysyessä jokseenkin muuttumattomana. Toisaalta, klustereiden vähentäminen olisi välittömästi rajoittanut ryhmittelyn ilmaisuvoimaa.

Yhteenvetona klusterianalyysin tuloksista voidaan todeta, että i) valtaosa opiskelijoista suhtautui myönteellisesti monenlaisia CAS-teknologian pedagogisia sovelluksia kohtaan ($n_{II} + n_{III} = 39$) ja ii) valtavirrasta (klusterista II) eroava joukko oli mieltymyksiltään heterogeeninen.

6.6 Tuntematon CAS-ympäristö

Suurin osa lukion opettajiksi tähtäävistä opettajaopiskelijoista arvioi taitojensa puolesta kykenevänsä käyttämään CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetuksessa (ks. Luku 6.2.4). Kyselylomakkeen avoimeen osioon saadut tarkentavat vastaukset kuitenkin paljastavat, että teknologian käyttöön liittyi myös monenlaista epävarmuutta.

²⁸Järjestysasteikollisesta muuttujasta ei ole myöskään mielekästä laskea keskiarvoa tai keskihajontaa. Siten – kuten tässä ja lukuisissa muissa (kasvatustieteellisissä) tutkimusraporteissa – näiden tilastollisten tunnuslukujen raportoinnin myötä Likert-asteikko saa implisiittisesti kyseenalaisen tulkinnan välimatka-asteikkona.

Kokemuksen ja tiedon puute

Sanallisissa vastauksissa useat opiskelijat arvioivat suhteensa CAS-teknologian olevan etäinen puutteellisen tietämyksen tai vähäisen kokemuksen vuoksi (vrt. Luku 6.1). Esimerkiksi:

“ CAS-teknologian tuntemukseni on todella huono, joten sen antamaa hyötyä on vaikea arvioida. ”

Opiskelija #55

“ Kokemusta on itsellä laitteesta kuitenkin hyvin vähän, joten eri ominaisuuksiin pitäisi tutustua tarkemmin. ”

Opiskelija #51

“ Vaikea vastata kun itsellä ei oikein ole vielä ymmärrystä, mitä kaikkea CAS-teknologialla voi edes tehdä. ”

Opiskelija #11

Opiskelijoiden epätietoisuus teknologian realistisista mahdollisuuksista selittänee myös osittain neutraalien vastausten suurta lukumäärää useissa monivalintaosioissa (ks. Liitteen 3 Taulukko 15).

Epätietoisuus teknologian merkityksestä koulun ulkopuolella

Suurin osa opiskelijoista uskoi CAS-teknologian säännöllisen käytön pitkän matematiikan opetuksessa helpottavan yhteyksien luomista matematiikan ja todellisen maailman ongelmien välille (muuttuja q11r; neg. 13 %; pos. 60 %). Siitä, mihin ja miten työkaluja käytetään matematiikan luokan ulkopuolella, kaivattiin kuitenkin lisää tietoa:

“ Olisi mielenkiintoista tietää, missä muualla CAS-teknologiaa hyödynnetään (jatko-opinnot, työpaikat), jolloin oppilaille tulisi kokonaisempi kuva CAS-teknologian hyödyllisyydestä. Jos laskinta käytetään vain pitkän matematiikan tunnilla, niin se ei ole kovin mielekästä. ”

Opiskelija #4

Paitsiotilanteet

Luvussa 6.1 raportoitiin, että matematiikan pääaineopiskelijoilla oli hieman enemmän kokemusta CAS-teknologian opetuskäytöstä kuin muista pääaineista auskultoivilla opiskelijoilla. Tämä selittynee sillä, että harjoittelutunnit pidetään pääsääntöisesti pääaineen mukaan ja laskentateknologialla sattuu matematiikan opetuksessa olemaan muita oppiaineita ilmeisempi rooli. On kuitenkin muistettava, että valtaosa myös muiden matemaattisten aineiden opettajaopiskelijoista pätevöityy ja aikoo matematiikan opettajiksi.

Avoimen osion vastauksista paljastui, että edes ensisijaisesti lukion opettajiksi aikovilla matematiikan pääaineopiskelijoilla (kuten Opiskelijalla #17) ei välttämättä ole ollut mahdollisuutta saada symbolisen laskennan työkaluista harjoittelukokemusta:

“ En ole pitänyt matematiikan oppitunteja lukiossa enkä ole myöskään koskaan käyttänyt CAS-laskimia. Tämän vuoksi koen CAS-teknologian vielä hieman etäiseksi. ”
Opiskelija #17

Tutkielman viimeisessä luvussa ehdotetaan, miten opiskelijoiden raportoimaan epävarmuuteen voitaisiin reagoida aineenopettajakoulutuksessa.

7 Pohdinta ja johtopäätökset

7.1 Yhteenveto tuloksista

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää tulevien matematiikan opettajien CAS-teknologian opetuskäyttöä koskevia odotuksia, käsityksiä, asenteita ja aikomuksia sekä näiden välisiä riippuvuussuhteita aikana, jolloin symbolisen laskennan työkalut näyttivät tekevän tuloaan lukion matematiikan opetukseen. Tarkastelu rajattiin pitkän matematiikan opetuksen kontekstiin. Analyysi perustui keväällä 2013 matemaattisten aineiden opetusharjoittelijoilta kerättyyn kyselyaineistoon ($N = 55$).

Opiskelijoiden vähäisestä CAS-teknologian käyttökokemuksesta ja monin osin varauksellisista odotuksista huolimatta kolme opiskelijaa neljästä ilmoitti lukion opettajana pyrkivänsä tuomaan työkalut osaksi pitkän matematiikan opetuksen arkea. Koehenkilöiden arviot teknologian erilaisien käyttötapojen mielekkyydestä paljastivat neljä keskenään eri tavalla työkalujen opetuskäyttöön suhtautuvaa ryhmää. Tutkimuksessa saatiin myös vahvistettua empiirisesti joitakin odotusten, asenteiden ja intention välisiä riippuvuuksia, joilla voidaan selittää miksi toiset opiskelijat ovat toisia motivoituneempia siirtämään opetustaan CAS-ympäristöön. Seuraavaksi tutkimuksen päätuloksia pohditaan vielä yksityiskohtaisemmin.

Intention selittäminen

Tutkimuksen ensimmäisenä tehtävänä oli selvittää voidaanko matematiikan opettajaopiskelijoiden CAS-teknologian käyttöaikomuksia selittää suunnitellun käyttäytymisen teorian esittämällä intention välittömällä tekijöillä eli asenteella, subjektiivisella normilla (so. koettu sosiaalinen paine) ja koetulla käyttäytymisen kontrollilla (käsitys omista kyvyistä ja mahdollisuuksista toimia).

Teorian esittämät riippuvuussuhteet voitiin vahvistaa osittain. Hypoteesit asenteen ja intention (H1) sekä koetun käyttäytymisen kontrollin ja intention (H3) välisistä yhteyksistä saivat korrelaatiotarkasteluissa riittävästi empiiristä tukea, joten ne hyväksyttiin. Toisin sanoen, CAS-teknologian käyttöön muita myönteisemmin suhtautuvat sekä omiin mahdollisuuksiinsa ja kykyihinsä toisia vahvemmin luottavat opiskelijat arvioivat hyödyntävänsä työkaluja muita hanakammin matematiikan opetuksessa. Edelleen, positiivisemmin teknologian käyttöön asennoituneet opettajaopiskelijat olivat muita valmiimpia sallimaan myös oppilailtaan apuvälineiden käytön kokeissa ja opetuksessa. Toisaalta, opiskelijat, jotka kokivat teknologian käytölle olevan vähän ulkoisia ja sisäisiä esteitä, arvioivat käyttävänsä CAS-teknologiaa opetuksessa muita useammin.

Subjektiivisen normin mittaaminen osoittautui ongelmalliseksi eikä hypoteesia sen yhteydestä intention (H2) voitu hyväksyä eikä hylätä. Ristiriitaisten tulosten arvioitiin palautuvan epäselvään kysymyksenasetteluun sekä sosiaalisen ympäristön muuttumisen riittämättömään huomiointiin mittarin suunnittelussa (ks. Luku 6.2.3). Ongelmista huolimatta mittaus tuki Luvussa 3.2.4 tehtyä oletusta ylioppilaskokeen sääntöjen normatiivisesta vaikutuksesta (tulevien) opettajien käsityksiin laskenta-

teknologian merkityksestä opetuksessa. Viisi opiskelijaa kuudesta arveli, että pitkän matematiikan opettajina heiltä odotetaan CAS-teknologian säännöllistä käyttöä opetuksessa, vaikka vielä muutama vuosi sitten koko kysymys tällaisista odotuksista olisi ollut mieletön. Niin ikään enemmistö koehenkilöistä koki CAS-teknologian käytön olevan opetuksessa *välttämätöntä* ylioppilaskokeen laskeohjeen vuoksi, kun vielä Silfverbergin (2001, 157) tutkimuksessa opettajat argumentoivat teknologian *vähäistä* merkitystä opetuksessa kokeen silloisilla painotuksilla. Havainto on konkreettinen esimerkki siitä, miten ylioppilaskirjoitukset toimivat eräänlaisena lukion piilo-opetussuunnitelmana (vrt. Joutsenlahti 2005, 32).

Asenteen selittäminen

Vaikka tulos teknologian käyttöön kohdistuvan asenteen ja intention välisestä riippuvuudesta saat-
taa kuulostaa itsestään selvältä, yhteyden empiirinen todentaminen tietyllä tavalla oikeutti seuraavan askeleen ottamisen suunnitellun käyttäytymisen teorian käsite-
rakenteessa (ks. Luku 3.1.2). Toisen tutkimustehtävän puitteissa pyrittiin selvittämään, miten opettajaopiskelijat uskoivat CAS-
teknologian säännöllisen käytön vaikuttavan lukiolaisten matematiikan oppimiseen, opiskeluasenteeseen ja tasa-arvon toteutumiseen, sekä missä määrin odotuksilla voidaan selittää teknologian
käyttöön kohdistuvaa asennetta. Tarkasteltavien teemojen valinta perustui Luvussa 3.2 referoituun
artikkelikatsaukseen.

Kaikkiaan opiskelijoiden odotukset CAS-teknologian säännöllisen käytön vaikutuksista matematiikan oppimiseen osoittautuivat varauksellisiksi. Erityisesti työkaluilla nähtiin olevan epäsuor-
tuisia vaikutuksia lukiolaisten mekaanisiin laskutaitoihin, argumentointivalmiuksiin ja, edelleen, jatko-opintojen kannalta tärkeään matematiikan osaamiseen. Opiskelijoiden kielteiset odotukset
saavat vastakaikua Suomessa käydystä julkisesta keskustelusta.

Huolet lasku- ja argumentointitaitojen köyhtymisestä alleviivaavat sitä, että kehittynyt lasken-
tateknologia sopii sellaisenaan huonosti moniin nykymuotoisiin matematiikan tehtäviin. Lasken-
topainotteiset ongelmat joko menettävät tai muuttavat²⁹ merkityksensä, kun tulokset saadaan no-
peasti koneelta ilman, että niihin johtavaa matematiikkaa on välttämätöntä ymmärtää tai edes osata
mekaanisesti (vrt. Luku 2.2). CAS-ympäristössä opiskelijoita tulisi haastaa entistä enemmän mukau-
tuvaan päättelyyn ongelmilla, joissa ratkaisun kannalta on välttämätöntä, että laskentaa sekä edeltää
että seuraa tulkinta ja päättely. Lukiolaisia voidaan niin ikään haastaa arvioimaan omia tekemisi-
ään painottamalla tehtävissä luonnollisen kielen käyttöä ja vaatimalla parempaa dokumentaatiota
ratkaisuista (ks. Joutsenlahti ym. 2013, 68; Kivelä 2012, 5). Uusille tehtävätyypeille ei ole akuuttia
kysyntää ainoastaan ylioppilaskoeuudistuksen vuoksi, vaan uudet ongelmat ovat edellytys myös
CAS-teknologian mielekkäälle opetuskäytölle. Muista maista saatavia tehtävä- ja toimintamalleja
olisi hyvä pyrkiä täydentämään lukion opetussuunnitelmaan sidotulla (design-)tutkimuksella.

²⁹Voiko CAS-ympäristöön laadittu tehtävä esimerkiksi alkaa sanoilla ”ratkaise yhtälö” tai ”sievennä lauseke”? Mikäli
voi, onko tehtävän tavoitteena laskentaohjelmiston komentojen ja käyttöliittymän oppiminen vai kenties jonkin tekni-
sen rajoitteen havainnollistaminen pohdintaa varten? Vai sisältyykö näin muotoiltuun tehtävänantoon (implisiittinen)
viesti siitä, että ratkaisua tavoitellaan valkoisen laatikon menetelmillä (ks. Luku 2.4.2)?

Opiskelijoiden varaukselliset odotukset CAS-teknologian käytön seurauksista eivät koskeneet ainoastaan oppimistuloksia. Setälän (2013) raportoimien tulosten tapaan (Luku 3.2.1), käsitys CAS-teknologian käytön heikentävästä vaikutuksesta lukiolaisten väliseen tasa-arvoon jaettiin opettaja-opiskelijoiden keskuudessa laajalti. Aiempien tutkimusten (esim. Silfverberg 2001; Forgasz & Griffith 2006; Pierce & Ball 2009) perusteella opettajat ovat arvioineet laskentateknologian tuottavan niin perheiden varallisuuseroihin, sukupuolten välisiin eroihin kuin tasoeroihin perustuvaa eriarvoisuutta. Käsillä olevan empiirisen aineiston perusteella ei pystytty täsmentämään, mihin koehenkilöiden uskomukset teknologian käytön tasa-arvoa heikentävästä vaikutuksesta perustuivat.

Näistä kielteisistä odotuksista huolimatta teknologian uskottiin tuovan myös lisäarvoa matematiikan opetukseen. Opiskelijat arvelivat CAS-teknologian säännöllisen käytön ennemmin edistävän kuin estävän lukiolaisten strategisen kompetenssin ja käsitteellisen ymmärtämisen kehitystä. Useissa avoimissa vastauksissa esitettiin, että CAS-ympäristössä voidaan painottaa enemmän soveltavaa ongelmanratkaisutyöskentelyä. Suurin osa opettajaopiskelijoista myös uskoi matematiikan opiskelusta tulevan lukiolaisille mukavampaa CAS-ympäristöön siirryttäessä. Näiltä osin tulokset myötäilevät Piercen ja Ballin (2009) raportoimia opettajien odotuksia (ks. Luku 3.2.1).

Oppimiseen liittyvien odotusten ja asenteen väliltä löytyi vankka yhteys. Opettajaopiskelijat, jotka uskoivat CAS-teknologian käytöllä olevan suotuisia vaikutuksia lukiolaisten matematiikan ymmärtämiseen (käsitteiden oppimiseen sekä perustelu- ja ongelmanratkaisutaitojen kehittymiseen), suhtautuivat teknologian käyttöön selvästi muita myönteisemmin. Niin ikään oletus siitä, että opiskelijoiden odotukset teknologian käytön vaikutuksista tulevien oppilaidensa opiskeluasenteeseen ovat yhteydessä heidän omaan teknologia-asenteeseensa, sai empiiristä tukea.

Sillä, miten teknologian käytön uskottiin vaikuttavan lukiolaisten tasa-arvon toteutumiseen, ei mittauksen perusteella ollut yhteyttä asenteeseen. Vaikka tulos antaa ymmärtää, että tasa-arvokysymys ei ole avainasemassa opiskelijoiden harkitessa teknologian käyttöä, se ei missään nimessä vähennä kysymyksen tärkeyttä. Päinvastoin, se korostaa, että myös teknologiaorientuneimmat opettaja(opiskelija)t on haastettava pohtimaan sitä, miten heidän opetuksensa CAS-ympäristössä voisi palvella entistä paremmin eri taustoista tulevia oppilaita ja erilaisia oppijoita.

CAS-sovellusten arviointiin perustuva ryhmittely

Viimeisen tutkimustehtävän puitteissa etsittiin erilaisia näkökulmia CAS-teknologian opetuskäyttöön sen perusteella, miten koehenkilöt arvioivat erilaisia kirjallisuudessa esitettyjä teknologian mahdollisia käyttötapoja. Opiskelijat kokivat työkalujen soveltuvan kauttaaltaan paremmin pitkän kuin lyhyen matematiikan opetukseen. Niin ikään tulosten raportoinnissa keskityttiin pitkän matematiikan kontekstissa tehtyihin arvioihin.

Opettajakokelaat olivat lähes yksimielisiä siitä, että uutta laskentateknologiaa on mielekästä käyttää käsin laskettujen tulosten tarkistamiseen. Teknologian laaja hyväksyntä tulosten tarkastajana on opiskelijoiden oman kouluhistorian valossa ymmärrettävää, sillä näin käytettynä työkalujen integrointi opetukseen on sekä turvallista että verrattain vaivatonta. CAS saa roolin ”sekundaari-

sena auktoriteettihahmona”, joka ei uhkaa matematiikan opetuksen perinteitä (vrt. Nabb 2010, 8). Vaikka tehtävien tarkistusvihko tai opettajan palaute vaihtuu laskimeksi tai tietokoneohjelmaksi, teknologia ei muuta mitään varsinaisesta matematiikan tekemisestä. Pelkkänä tarkistusvälineenä käytettynä työkalujen episteeminen arvo jää kuitenkin varsin matalaksi.

CAS-teknologian käyttäminen opetuksessa ensisijaisena symbolisten tulosten tuottajana sai arvioituista sovelluksista eniten vastustusta, kun taas ehdotettuja pedagogispainotteisia käyttötapoja pidettiin enimmäkseen mielekkäinä. Mikäli arviointien tulkittaisi implikoivan koehenkilöiden asennetta teknologian käyttöä kohtaan, asenne näyttäytyisi jonkin verran positiivisempana kuin mitä sen suora mittaus antoi ymmärtää. Erilaisen mittaustavan ohella eroa voitaneen selittää sillä, että lomakkeen alussa tehty asennemittaus perustui opiskelijoiden kyselyä edeltäneisiin teknologiaa koskeviin, mahdollisesti työkalujen funktionaalista käyttöä painottaviin, käsityksiin. Oletusta puoltaa opiskelijoiden raportoima etäinen suhde CAS-teknologiaan (ks. Luvut 6.1 ja 6.6). Selitystä tukee niin ikään Özgün-Kocan (2010) havainto opettajaopiskelijoiden CAS-teknologian käyttöä koskevien käsitysten nopeasta muuttumisesta valikoitujen pedagogisten sovellusten esittelyn myötä.

Tutkimuksessa selvisi, että opiskelijat suosivat keskenään erityyppisiä teknologian käyttötapoja. Tutkimusjoukko pystyttiin osittamaan vaihtelevien mieltymystensä perusteella neljään ryhmään. Ryhmät eivät suhtautuneet keskenään eri lailla ainoastaan ehdotettuihin teknologian sovelluksiin, vaan niiden väliltä löytyi tilastollisesti merkitseviä eroja niin asenteessa, intentiossa, työkalujen oppilaskäytön sallivuudessa kuin erilaisissa käytön seurauksiin liittyvissä uskomuksissa.

Epäilijän (16 %) stereotyyppi suhtautui varauksellisesti kaikkiin ryhmittelyperusteena käytettyihin CAS-teknologian käyttötapoihin, kun taas Liberaali (24 %) puolsi niistä jokaista. Myötämieliset (47 %) olivat avoimia perinteistä opetusta täydentäviä pedagogispainotteisia sovelluksia kohtaan, mutta eivät pääsääntöisesti hyväksyneet CAS-teknologiaa ensisijaisena symbolisten tulosten tuottajana. Pragmaatikot (13 %) sen sijaan näkivät työkalujen sopivan parhaiten työskentelyyn, joka on lähellä niiden alkuperäistä funktionaalista tarkoitusta. He epäilivät ehdotetuilla korostetun pedagogisilla sovelluksilla olevan vähemmän arvoa.

Vaikka ryhmittelyn kritiikki (Luku 6.5.5) johti melko varovaiseen lopputulemaan tutkimusjoukon heterogeenisyydestä, ryhmittelyssä syntyneiden stereotyyppien voidaan tulkita olevan erilaisia instrumentalisaation lähtöasetelmiä (ks. Luku 3.3). Esimerkiksi Myötämielinen ja Pragmaatikko ovat intention mittauksen perusteella yhtä motivoituneita CAS-teknologian opetuskäyttöön, mutta he näkevät työkaluissa keskenään täysin erilaisia mahdollisuuksia. Siten heidän lähtökohtansa työvälineen geneesiin (teknologian haltuunottoon) eroavat radikaalisti. Voidaan myös olettaa, että Myötämielisen ja Pragmaatikon oppitunneilla teknologiaa tullaan käyttämään eri tarkoituksiin.

Liberaalilla näyttäisi olevan lähtökohtaisesti vähiten esteitä teknologian monipuoliseen hyödyntämiseen, mutta myös hänen työkaluille asettamat odotukset mitä ilmeisemmin jalostuvat käytön myötä. Epäilijä vaatineee vielä lisää näyttöä CAS-teknologian pedagogisista mahdollisuuksista (vrt. odotukset → asenne → intentio) tai itseluottamusta sen käyttöön (koettu käyttäytymisen kontrolli → intentio), jotta CAS voisi hänen luokassaan tarkoittaa muutakin kuin tarkistuskirjan korviketta.

7.2 Toteutuksen arviointi

Tutkimusasetelma ja toteutus

Tutkimuksessa käytettyä mittaristoa ohjasi vahvasti aiemman tutkimuksen ja kirjallisuuden perusteella tehdyt oletukset. Etenkin tutkimuksen suunnitellun käyttäytymisen teoriaan pohjautuvassa osassa keskityttiin testaamaan aiemmin tehtyjä löydöksiä uudessa kontekstissa (ks. Luku 5.3). Subjektiiivisen normin mittausta lukuun ottamatta tässä myös onnistuttiin. Koska kaikkia teorian oletamia intention välittömiä tekijöitä ei saatu mitattua samalla tarkkuudella, tekijöiden suhteellisen selityssasteen arviointi ei tullut kyseeseen.

Mittausta olisi ehkä voitu parantaa empiirisen esitutkimuksen avulla. Ajzen (2006) ja Francis ym. (2004) suosittelevat, että intentioiden selittämiseen pyrkivä tutkimus aloitettaisiin *tutkittavassa populaatiossa* vallitsevien käyttäytymistä koskevien käsitysten kartoittamisella (laadullisin menetelmin). Kartoituksen myötä mittaristo olisi epäilemättä saatu lähemmäksi tutkimusjoukkoa. Tällöin subjektiiivisen normin mittaamisessa oltaisi ehkä suoriuduttu paremmin tai mittaamisen haasteet olisi saatettu huomata jo ennalta. Lisäksi tutkimuksessa olisi saattanut paljastua myös täysin uusia tai ainutlaatuisia opettajien intentioita selittäviä tekijöitä. Näiden löytämiseen tutkimusasetelma ei tällaisenaan juuri antanut mahdollisuutta.

Vaikka suunnitellun käyttäytymisen teorian viitekehyksestä ei saatu kaikkea potentiaalia irti, tutkimusasetelman täydentäminen käyttösovellusten arvioinneilla osoittautui hedelmälliseksi. Kaksi tulokulmaa opiskelijoiden teknologiakäsityksiin yhdistyivät lopulta luontevasti klusterianalyysin tulosten tulkinnessa.

Lomakkeelle valittiin arvioitavaksi laadullisesti erilaisia CAS-teknologian käyttötapoja, mutta ne edustivat melko rajoitetusti työkalujen mahdollisuuksien laajaa kirjoa. Sovellusten valinnan kriteerinä oli, että myös teknologian suhteen kokemattomat opiskelijat pystyisivät tavoittamaan niiden ideat. Silti, niin jatkotutkimuksessa kuin opettajankoulutuksessa työkalujen käyttötapoja olisi mahdollista ja aiheellista käsitellä monipuolisemmin.

Ulkoinen validiteetti

Tutkimuksessa lähdettiin ratkomaan valtakunnallisesti ajankohtaisia tutkimustehtäviä, mutta raportoidut tulokset perustuivat eräänlaisiin paikallisiin tuokiokuviin. Lopulta on aika arvioida, missä joukossa tulosten voidaan olettaa pätevän.

Mikäli tutkimuksen perusjoukoksi nimetään tutkimukseen osallistuneissa yliopistoissa luvuvuonna 2012–2013 auskultoineet matemaattisten aineiden opiskelijat, otosta voitaneen pitää aineiston keruutavan ja korkean vastausprosentin nojalla edustavana (ks. Luku 5.4). Siten mittauksen pätevyys kyseisessä joukossa palautuu ensisijaisesti mittarin sisäiseen validiteettiin, jonka ongelmakohtia pyrittiin tunnistamaan jo tulosten raportoinnin yhteydessä. Pohdinta tulosten yleistettävyydestä koskee olennaisesti sitä, edustavatko ne (myös muualla) *Suomessa samaan aikaan* pätevöityneiden matemaattisten aineiden opettajaopiskelijoiden suhdetta CAS-teknologiaan.

Tämän ajan aineenopettajaopiskelijoita yhdistää se, että heillä ei pääsääntöisesti ole kokemusta CAS-teknologiasta kouluajoiltaan. On kuitenkin *mahdollista*, että kahdesta yliopistosta otettu otos (tai pikemmin näyte) on vino laajempaan opetusharjoittelijoiden populaatioon nähden. Tutkimuksessa mukana olleissa yliopistoissa on esimerkiksi saatettu käsitellä teknologian käyttöä, teoriaa tai merkitystä joko selvästi enemmän, vähemmän tai erilaisilla painotuksilla kuin muiden yliopistojen aineenopettajakoulutuksessa. Myös harjoittelukoulujen käytännöissä ja varusteluissa voi olla tulosten yleistettävyyttä välillisesti rajoittavia eroja. Opiskelijoiden teknologia-asenteisiin, odotuksiin ja intentioihin vaikuttanee myös se, miten työkalut ovat läsnä muissa yliopisto-opinnoissa. Jo pelkästään näiden tekijöiden vuoksi yleistävien johtopäätösten tekemisessä on oltava varovainen.

Yhteenvetona voidaan todeta, että tulosten yleistämiselle valtakunnan tasolle ei ole näytteenototavan vuoksi tilastollisia perusteita. Tuloksia arvioitaessa on silti hyvä huomioda, että merkittävä osa matematiikan aineenopettajistamme pätevöityy tutkimuksessa mukana olleista yliopistoista.

7.3 Lopuksi

Selvä enemmistö tutkimukseen osallistuneista lukion matematiikan opettajiksi tähtäävistä opiskelijoista ilmoitti pyrkivänsä hyödyntämään CAS-teknologiaa tavalla tai toisella pitkän matematiikan opetuksessa. Toisaalta, tutkimuksessa kävi myös ilmi, että monien suhde työkaluihin oli toistaiseksi jäänyt melko etäiseksi. Auskultointivuoden loppuun mennessä vain reilulle kolmannekselle opiskelijoista oli karttunut autenttista kokemusta CAS-ympäristöstä. Vähäinen tai olematon kokemus työkaluista sekä epätietoisuus niiden mahdollisuuksista vaikeuttivat myös teknologian käyttösovellusten ja käytön seurausten arviointia.

Jokaisen opetustyönsä aloittavan lukion matematiikan opettajan on ratkaistava, minkälaisen roolin hän antaa laskentateknologialle opetuksessa. Tarkoituksenmukaisten valintojen tekeminen on kuitenkin mahdotonta, mikäli opettajilla ei ole riittävästi tietämystä teknologian käytön mahdollisuuksista tai kokemusta CAS-ympäristössä työskentelystä. Tutkimuksessa saatiin viitteitä siitä, että etenkin tulevat matematiikan opettajat, joiden pääaine on muu kuin matematiikka, saattavat jäädä opettajaopinnoissa helposti vähälle kosketukselle symbolisen laskennan työkaluista.

Pedagogisesti kestävien yksilöllisten teknologiaratkaisujen tukemiseksi aineenopettajaopintojen tulisi sisältää vähintään auttava määrä CAS-pedagogiikan teoriaa, mutta myös työskentelyä CAS-ympäristössä. Koulutustarve korostuu nykytilanteessa, missä opettajaopiskelijoilla ei ole kouluaikaista kokemusta työkaluista. Luontevimmin perehdytys sopisi ainedidaktisiin opintoihin siten, että opetusharjoittelijoilla on tämän jälkeen tilaisuus kokeilla työkaluja autenttisessa ympäristössä – esimerkiksi viimeisessä harjoittelujaksossa. Järjestelyissä tulisi varmistaa, että myös matematiikan sivuaineopiskelijat haastetaan pohtimaan omaa suhtautumistaan laskentateknologiaan.

Teoriaosuuden runkona voisi käyttää esimerkiksi Piercen ja Stacey'n (2008; 2010) jäsennystä CAS-teknologian pedagogisista mahdollisuuksista (ks. Luku 2.4.1). Se näyttäisi tarjoavan riittävän monipuolisen ja käytännönläheisen viitekehyksen erilaisiin teknologian käyttötapoihin tutustumiselle ja lähtökohdan – myös kriittiselle – keskustelulle. Piercen ja Stacey'n ”pedagogista karttaa”

voisi hyödyntää myös opiskelijoiden omien käsitysten ja mieltymysten reflektoinnin apuvälineenä (vrt. Pierce & Stacey 2008, 11).

Käytännön perehdytys työkaluihin toteutuisi mielekkäällä tavalla käsitteellisen ja teknisen työn yhdistävänä harjoituksena, jossa opiskelijat haastavat toisensa CAS-ympäristöön laatimillaan oppimateriaaleilla ja harjoitustehtävillä. Harjoitus sopisi toteuttavaksi parityönä ja se voitaisiin järjestää kokonaisuudessaan verkossa. Hyväksyttävään suoritukseen kuuluisi dokumentaatio oppimateriaalin tavoitteista ja tehtävien esimerkkiratkaisuksista sekä tutustuminen opiskelijakollegoiden tuotoksiin. Materiaalin konteksti (kouluaste, aihe, tavoite, jne.) opiskelijoiden tulisi valita itse. Harjoitusta olisi hyvä edeltää lyhyt, mahdollisuuksista riippuen lähi- tai etäopetuksena järjestetty, johdanto käytettävän laskentaohjelmiston käyttöliittymään. Harjoituksen tarkoituksena ei olisi ainoastaan työvälineen genesin käynnistäminen, vaan se antaisi tuleville opettajille perusvalmiudet arvioida käytettävissä olevien oppimateriaalien yhteensopivuutta CAS-ympäristöön.

Epätietoisuus CAS-teknologian pedagogisista mahdollisuuksista sekä kokemattomuus työkalujen käytöstä koskee niin ikään suurta osaa työelämässä olevia opettajia. Kaksi kolmesta MAOLin kyselyyn vastanneesta lukion opettajasta koki tarvitsevansa lisäkoulutusta CAS-laskinten käytössä (Setälä 2013, 32). MAOL on jo ehtinyt reagoida koulutustarpeeseen organisoimalla verkkokurssin, jossa opettajien vertaisryhmä pohtii pedagogisesti järkevää CAS-teknologian käyttöä, jakaa kokemuksiaan ja tuottaa lukio-opetukseen soveltuvia oppimateriaaleja (ks. MAOL 2013). Käsillä olevan tutkimuksen tulokset antavat ymmärtää, että jonkinlaiselle empiirisesti testattujen *CAS-ympäristön parhaiden käytäntöjen* koostamiselle olisi tällä hetkellä laajempaakin kysyntää. Pelkkä materiaalin tuottaminen ei kuitenkaan riitä. Jotta täydennyskoulutus voisi jatkossa tavoittaa myös muut kuin kaikista innokkaimmat CAS-Liberaalit, sille tulisi löytyä aikaa opettajien työajasta.

Lähteet

- Ajzen, I. 1991. The theory of planned behavior. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 50(2), 179–211.
- Ajzen, I. 2006. Constructing a TPB questionnaire: Conceptual and methodological considerations. Saatavana: <http://www.uni-bielefeld.de/ikg/zick/ajzen%20construction%20a%20tpb%20questionnaire.pdf>. Luettu 25.9.2013.
- Ajzen, I. 2011. Frequently asked questions. Saatavana: <http://people.umass.edu/aizen/faq.html>. Luettu 12.6.2013.
- Ajzen, I. 2013. The theory of planned behavior: A bibliography. Saatavana: <http://people.umass.edu/aizen/tpbrefs.html>. Luettu 7.6.2013.
- Artigue, M. 2002. Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3), 245–274.
- Buchberger, B. 1990. Should students learn integration rules? *SIGSAM Bull.* 24(1), 10–17.
- Drijvers, P. 2004. Learning algebra in a computer algebra environment. *International Journal for Technology in Mathematics Education* 11(3), 77–89.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H. & Gravemeijer, K. 2010. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics* 75(2), 213–234.
- Driver, D. 2011. The impact on student achievement of when CAS technology is introduced. Teoksesssa M. Joubert, A. Clark-Wilson & M. McCabe (toim.) *Proceedings of the 10th international conference for technology in mathematics teaching*, Portsmouth. Portsmouth, UK: University of Portsmouth, 105–111.
- Fishbein, M. & Ajzen, I. 1975. *Belief, attitude, intention and behavior: An introduction to theory and research*. Reading (MA): Addison-Wesley.
- Forgasz, H. J. & Griffith, S. 2006. Computer algebra system calculators: Gender issues and teachers' expectations. *Australian Senior Mathematics Journal* 20(2), 18–29.
- Francis, J. J., Eccles, M. P., Johnston, M., Walker, A., Grimshaw, J., Foy, R., Kaner, E. F. S., Smith, L. & Bonetti, D. 2004. *Constructing questionnaires based on the theory of planned behaviour: A manual for health services researchers*. Newcastle upon Tyne: University of Newcastle.

- Heid, M. K. & Edwards, M. T. 2001. Computer algebra systems: Revolution or retrofit for today's mathematics classrooms? *Theory Into Practice* 40(2), 128.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2009. Tutki ja kirjoita. 15. uud. painos. Helsinki: Tammi.
- IBM 2012. IBM SPSS statistics base 21. IBM Corporation. Saatavana: ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/21.0/en/client/Manuals/IBM_SPSS_Statistics_Base.pdf. Luettu 8.7.2013.
- Joutsenlahti, J. 2005. Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Tampere: Tampere University Press. Saatavana: <http://urn.fi/urn:isbn:951-44-6204-1>. Luettu 12.6.2013.
- Joutsenlahti, J., Sarikka, H., Kangas, J. & Harjulehto, P. 2013. Matematiikan kirjallinen kielentäminen yliopiston matematiikan opetuksessa. Teoksessa M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen & J. Viiri (toim.) *Proceedings of the 2012 annual conference of Finnish mathematics and science education research association*, Jyväskylä. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto, 59–70. Saatavana: <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-5393-5>. Luettu 4.11.2013.
- Järvelä, S., Häkkinen, P. & Lehtinen, E. 2006. Oppimisen teoria ja teknologian opetuskäyttö. Porvoo: WSOY Oppimateriaalit.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. 2001. *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academies Press.
- Kinnunen, J. 2011. Ylioppilaskokeessa sallitaan kaikki laskimet. *Dimensio* 75(4), 18–20.
- Kivelä, S. K. 2012. Symbolinen laskenta ja koulumatematiikan tulevaisuus. *eDimensio* 5. Saatavana: <http://www.maol.fi/fileadmin/users/EDimensio/2012/Artikkelit/kivela.pdf>. Luettu 12.6.2013.
- Korhonen, H. 2012. Model-centered learning. Pathways to mathematical understanding using GeoGebra. Kirja-arvio L. Bun ja R. Schoenin kirjasta. *eDimensio* 5. Saatavana: <http://www.maol.fi/fileadmin/users/EDimensio/2012/Kirjallisuutta/Bu.pdf>. Luettu 16.8.2013.
- Kutzler, B. 2000. The algebraic calculator as a pedagogical tool for teaching mathematics. *T3 World-Wide Conference* 6.–8.8. 2000, Tokio.
- Lagrange, J. 2007. Didactic time, epistemic gain and consistent tool: Taking care of teachers' needs for classroom use of CAS. *International Journal for Technology in Mathematics Education* 14(2), 87–94.
- Lee, J., Cerreto, F. A. & Lee, J. 2010. Theory of planned behavior and teachers' decisions regarding use of educational technology. *Journal of Educational Technology & Society* 13(1), 152–164.

- MAOL 2013. Täsmäkoulutusta matematiikan opettajille. Dimensio 77(4), 66.
- Metsämuuronen, J. 2006. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. 3. laitos, 2. korj. painos. Tutkijalaitos. Helsinki: International Methelp.
- Monaghan, J. 2007. Computer algebra, instrumentation and the anthropological approach. International Journal for Technology in Mathematics Education 14(2), 63–71.
- Nabb, K. A. 2010. CAS as a restructuring tool in mathematics education. Teoksessa Proceedings of the 22nd international conference on technology in collegiate mathematics, Chicago. Saatavana: http://keithnabb.com/yahoo_site_admin/assets/docs/CAS_As_A_Restructuring_Tool_in_Mathematics_Education.28990404.pdf. Luettu 12.6.2013.
- Nummenmaa, L. 2009. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. 2. painos (uud.laitos). Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Tammi.
- Opetushallitus 2003. Lukion opetussuunnitelman perusteet. Helsinki: Opetushallitus. Saatavana: http://www.oph.fi/download/47345_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2003.pdf. Luettu 15.10.2013.
- Pierce, R. & Ball, L. 2009. Perceptions that may affect teachers' intention to use technology in secondary mathematics classes. Educational Studies in Mathematics 71(3), 299–317.
- Pierce, R. & Stacey, K. 2008. Using pedagogical maps to show the opportunities afforded by CAS for improving the teaching of mathematics. Australian Senior Mathematics Journal 22(1), 6–12.
- Pierce, R. & Stacey, K. 2010. Mapping pedagogical opportunities provided by mathematics analysis software. International Journal of Computers for Mathematical Learning 15(1), 1–20.
- Setälä, M. 2013. Lukion matematiikan opettajien asenteet ylioppilaskokeen CAS-laskinuudistusta kohtaan. Dimensio 77(2), 27–33.
- Silfverberg, H. 2001. Opettajien ja opetusharjoittelijoiden näkemyksiä uuden tieto- ja viestintäteknikan käytön esteistä ja mahdollisuuksista matematiikan opetuksessa. Teoksessa A. Ahtineva (toim.) Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä – Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia. Turku: Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta, 149–160.
- Säljö, R. 2004. Oppimiskäytännöt: Sosiokulttuurinen näkökulma. 2. uud. painos. Helsinki: WSOY.
- Sugar, W., Crawley, F. & Fine, B. 2005. Critiquing theory of planned behaviour as a method to assess teachers' technology integration attitudes. British Journal of Educational Technology 36(2), 331–334.
- Teo, T. & Lee, C. B. 2010. Explaining the intention to use technology among student teachers: An application of the theory of planned behavior (TPB). Campus-Wide Information Systems 27(2), 60–67.

- Tofferi, J. 2013. Symboliset laskimet matematiikan opetuskäytössä. Pro gradu -tutkielma. Oulun yliopisto. Matemaattisten tieteiden laitos. Saatavana: <http://herkules.oulu.fi/thesis/nbnfioulu-201304051154.pdf>. Luettu 28.8.2013.
- Trouche, L. 2004. Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 9(3), 281–307.
- Ylioppilastutkintolautakunta 2006. Matematiikan kokeen määräykset ja ohjeet. Saatavana: <http://www.ylioppilastutkinto.fi/fi/files/documents/matematiikka/matematiikka.pdf>. Luettu 16.10.2013.
- Ylioppilastutkintolautakunta 2011. Matematiikan kokeen määräykset. Saatavana: http://www.ylioppilastutkinto.fi/Uudet_maaraykset/matematiikka.pdf. Luettu 30.7.2013.
- Ylioppilastutkintolautakunta 2013. Matematiikan kokeen rakenneuudistus. Saatavana: http://www.ylioppilastutkinto.fi/Matematiikan_kokeen_rakenneuudistus_fin.pdf. Luettu 14.10.2013.
- Zbiek, R. M. & Heid, M. K. 2009. Using computer algebra systems to develop big ideas in mathematics. *Mathematics Teacher* 102(7), 540–544.
- Özgün-Koca, S. A. 2010. Prospective teachers' views on the use of calculators with computer algebra system in algebra instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education* 13(1), 49–71.

Liite 1: Kuvan käyttö lupa



THE NATIONAL ACADEMIES PRESS

Marketing Department
Rights & Permissions

November 19, 2013

Reference #: 11191300

Hannu Lakervi
XXXXXXXXXXXX
XXXXXXX
FINLAND, EU

Dear Ms. [sic] Lakervi:

You have requested permission to adapt reproduce the following material copyrighted by the National Academy of Sciences in a master's thesis:

Page 117, Box 4-1, Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics, 2001

Your request is granted for the material cited above provided that credit is given to the copyright holder. Nonexclusive rights are extended for noncommercial use of our material in print and electronic versions of your work.

Suggested credit (example):

Reprinted with permission from (title), (year) by the National Academy of Sciences, Courtesy of the National Academies Press, Washington, D.C. (This credit may be edited pursuant to the publisher's house style and format so long as the essential elements are included).

Thank you,

Barbara Murphy
Permissions Coordinator
National Academies Press

THE NATIONAL ACADEMIES
Advisers to the Nation on Science, Engineering, and Medicine

500 Fifth Street, NW
Washington, DC 20001

Phone: 202 XXXXXX
Fax: 202 XXXXX
E-mail: XXXXXXX@nas.edu
Web: www.nap.edu

Liite 2: Kyselylomake

Kysely CAS-teknologian käytöstä matematiikan opetuksessa

CAS-teknologialla tarkoitetaan tietoteknisiä matematiikan työvälineitä, jotka soveltuvat symboliseen laskentaan eli kykenevät käsittelemään lausekkeita ja suorittamaan laskutoimituksia symbolimuodossa. Kevästä 2012 alkaen matematiikan ylioppilaskokeessa sallitut symboliset laskimet ovat yksi esimerkki CAS-teknologiasta.

1. Taustakysymykset

Taustatietoja kysytään tilastollista käsittelyä varten.

A) **Pääaineeni yliopistossa:** _____

B) **Valitse sopivin vaihtoehto:**

- ☐ Aion tai voisin opettaa matematiikkaa lukiossa.
- ☐ Aion matematiikan opettajaksi, mutta lukio ei tule kohdallani kyseeseen.
- ☐ En ole kiinnostunut opettamaan matematiikkaa.

C) **Oppilaitos, jonka opettajaksi aion hakeutua ensisijaisesti:**

Valitse vain yksi vaihtoehto.

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> Peruskoulu (aineenopettaja) | <input type="checkbox"/> Peruskoulu (luokanopettaja) |
| <input type="checkbox"/> Lukio | <input type="checkbox"/> Ammatillinen oppilaitos |
| <input type="checkbox"/> Yliopisto tai ammattikorkeakoulu | <input type="checkbox"/> Muu oppilaitos |

D) **Olen pitänyt opetusharjoitteluun kuuluvista harjoitustunneista:**

- | | | | |
|---------------------------------|---|--------------------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Kaikki | <input type="checkbox"/> Vähintään puolet | <input type="checkbox"/> Alle puolet | <input type="checkbox"/> En yhtään |
|---------------------------------|---|--------------------------------------|------------------------------------|

E) **Seuraavista lukion pitkän matematiikan opetuksen tavoitteista mielestäni tärkeimmät ovat:**

Valitse kolme mielestäsi tärkeintä tavoitetta.

- Opiskelija...**
- ☐ Oppii luottamaan omiin matemaattisiin kykyihinsä.
 - ☐ Osaa laskea mekaaniset laskutoimitukset rutiinilla.
 - ☐ Sisäistää matematiikan käsitteet hyvin jäsentyneenä kokonaisuutena.
 - ☐ Osaa perustella omat valintansa, johtopäätöksensä ja ratkaisunsa.
 - ☐ Osaa soveltaa monipuolisesti erilaisia ongelmanratkaisustrategioita.

F) **Olen käyttänyt matemaattisten aineiden opetuksessa (mukaan lukien opetusharjoittelu):**

Valitse mainituista kaikki käyttämäsi opetusvälineet (0–6 kpl).

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Graafisia laskimia | <input type="checkbox"/> Opetusohjelmia (pelejä, drillejä, ym.) |
| <input type="checkbox"/> Symbolisia laskimia | <input type="checkbox"/> Symbolisen laskennan ohjelmistoja |
| <input type="checkbox"/> Taulutietokoneita tai älypuhelimia | <input type="checkbox"/> Muita matematiikkaohjelmia/-ohjelmistoja |

G) **Mielestäni tieto- ja viestintätekniikalla on annettavaa matematiikan oppimiselle:**

- | | | | |
|--|---------------------------------------|--------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> Erittäin paljon | <input type="checkbox"/> Melko paljon | <input type="checkbox"/> Melko vähän | <input type="checkbox"/> Erittäin vähän |
|--|---------------------------------------|--------------------------------------|---|

H) **Pedagogisissa opinnoissa CAS-teknologian opetuskäyttöä on käsitelty mielestäni:**

- | | | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> Liian paljon | <input type="checkbox"/> Sopivasti | <input type="checkbox"/> Liian vähän | <input type="checkbox"/> En osaa sanoa |
|---------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--|

2. CAS-teknologia ja pitkän matematiikan opetus

Kuvittele itsesi lukion matematiikan opettajan asemaan ja ympyröi seuraavissa väittämissä sopivin vaihtoehto. Voit halutessasi perustella valintojasi lomakkeen viimeisellä sivulla.

Asteikko kysymyksissä 1—12:

- $A \text{ ① } 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ B$ = Hyvin todennäköisesti A (epätodennäköisesti B)
 $A \ 1 \text{ ② } 3 \ 4 \ 5 \ B$ = Jonkin verran todennäköisemmin A kuin B
 $A \ 1 \ 2 \text{ ③ } 4 \ 5 \ B$ = A ja B yhtä todennäköisiä / ei vaikutusta
 $A \ 1 \ 2 \ 3 \text{ ④ } 5 \ B$ = Jonkin verran todennäköisemmin B kuin A
 $A \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \text{ ⑤ } B$ = Hyvin todennäköisesti B (epätodennäköisesti A)

Jos käytän säännöllisesti CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä, niin...

1. Matematiikan opiskelusta tulee opiskelijoille	Mukavampaa	1	2	3	4	5	Ikävämpää
2. Opiskelijoiden huomion kiinnittäminen opiskeltavaan asiaan	Vaikeutuu	1	2	3	4	5	Helpottuu
3. Opiskelijoiden yksilöllisten tarpeiden huomioiminen	Helpottuu	1	2	3	4	5	Vaikeutuu
4. Opiskelijoiden luottamus matemaattisiin kykyihinsä	Heikentyy	1	2	3	4	5	Vahvistuu
5. Opiskelijoiden mekaaniset laskutaidot ("laskurutiini")	Vahvistuvat	1	2	3	4	5	Heikentyvät
6. Opiskelijoiden välinen tasa-arvo	Heikentyy	1	2	3	4	5	Vahvistuu
7. Opiskelijoiden mahdollisuudet sisäistää matematiikan käsitteitä sekä niiden välisiä suhteita	Paranevat	1	2	3	4	5	Huononevat
8. Opiskelijoiden ongelmanratkaisutaidot	Yksi-puolistuvat	1	2	3	4	5	Moni-puolistuvat
9. Matematiikan opiskelusta tulee opiskelijoille	Merkityksellisempää	1	2	3	4	5	Merkityksettömämpää
10. Opiskelijoiden valmiudet perustella omia valintojaan, johtopäätöksiään ja ratkaisujaan	Huononevat	1	2	3	4	5	Paranevat
11. Yhteyksien luominen matematiikan ja todellisen maailman ongelmien välille	Helpottuu	1	2	3	4	5	Vaikeutuu
12. Opiskelijoiden jatko-opintojen kannalta tärkeä matematiikan osaaminen	Heikentyy	1	2	3	4	5	Vahvistuu

Kaiken kaikkiaan CAS-teknologian säännöllinen käyttäminen pitkän matematiikan opetusvälineenä on...

13.	Haitallista	1	2	3	4	5	Hyödyllistä
14.	Miellyttävää	1	2	3	4	5	Epämiellyttävää
15.	Huono asia	1	2	3	4	5	Hyvä asia

Asteikko seuraavassa: 1 = Täysin eri mieltä, 2 = Jokseenkin eri mieltä, 3 = Ei samaa eikä eri mieltä, 4 = Jokseenkin samaa mieltä, 5 = Täysin samaa mieltä.

16. CAS-teknologiasta on pitkän matematiikan opetuksessa hyötyä, koska sen avulla voi vapauttaa aikaa rutiinien harjoittelusta mielenkiintoisempien sisältöjen opettamiseen.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
17. CAS-teknologian sujuva käyttö edellyttää opiskelijalta sellaisia erityisiä matematiikan (tulkinta- ym.) taitoja, joiden oppiminen on arvokasta itsessään.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
18. Ylioppilaskokeen laskinohjeen vuoksi CAS-teknologian käyttö pitkän matematiikan opetusvälineenä on välttämätöntä.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä

Vastaa väittämiin 19—28, mikäli aiot tai voisit opettaa matematiikkaa lukiossa (vrt. taustakysymys B).
Muussa tapauksessa voit siirtyä väittämään 29.

19. Lukion opettajana minun odotetaan käyttävän säännöllisesti CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
20. CAS-teknologian käyttäminen pitkän matematiikan opetusvälineenä olisi/on itselleni luontevaa.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
21. Opetustyöni kannalta minulle tärkeät ihmiset haluavat, että käytän CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
22. Epäilen, että en osaisi käyttää CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
23. Epäilen, että käytössäni olevat aika- ja laiteresurssit tekevät CAS-teknologian säännöllisestä opetuskäytöstä hyvin vaikeaa.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
24. Jos opetan lukiossa, pyrin käyttämään CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetusvälineenä.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
25. Koen sosiaalista painetta käyttää säännöllisesti CAS-teknologiaa pitkän matematiikan opetusvälineenä.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
26. On täysin itsestäni kiinni käytäntö CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetuksessa vai en.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä
27. Lukion opettajana tulisin käyttämään CAS-teknologiaa säännöllisesti pitkän matematiikan opetusvälineenä.	Täysin eri mieltä	1	2	3	4	5	Täysin samaa mieltä

28. Arvioi kuinka monella oppitunnilla kymmenestä tulisit käyttämään CAS-teknologiaa opetusvälineenä...

- a) Pitkässä matematiikassa: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- b) Lyhyessä matematiikassa: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Arvioi väittämiä:

29. Lukion opettajana sallisin CAS-teknologian käytön, kun mittaan pitkän matematiikan oppimistuloksia:	Erittäin harvoin	1	2	3	4	5	Erittäin usein
30. Lukion opettajana kieltäisin pitkän matematiikan opiskelijoilta CAS-teknologian käytön:	Erittäin harvoin	1	2	3	4	5	Erittäin usein

3. CAS-teknologian käyttösovellukset

Arvioi lopuksi CAS-teknologian käyttösovellusten mielekkyyttä asteikolla: 1 = Täysin eri mieltä, 2 = Jokseenkin eri mieltä, 3 = Ei samaa eikä eri mieltä, 4 = Jokseenkin samaa mieltä, 5 = Täysin samaa mieltä.

Lukion matematiikan opetuksessa CAS-teknologiaa olisi mielekästä käyttää...

	Pitkä matematiikka	Lyhyt matematiikka
31. Kynällä ja paperilla laskettujen tulosten tarkistamiseen.	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5
32. Ensisijaisena symbolimuotoisten tulosten tuottajana (esim. derivaattojen laskemiseen ja yhtälönratkaisuun).	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5
33. Työskentely-ympäristönä, jossa ongelmat ratkaistaan alusta loppuun.	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5
34. Lausekkeiden käsittelyn ja vaiheittain laskemisen opettamisen ja opiskelun tukena.	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5
35. Tutkimusvälineenä, jonka avulla yksittäistapauksia systemaattisesti tuottamalla ja tarkastelemalla voidaan löytää matematiikan lainalaisuuksia.	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5
36. Matemaattisen keskustelun herättelijänä ja tukijana.	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5

37. Millä muilla tavoilla CAS-teknologiaa olisi mielekästä hyödyntää lukion matematiikan opetuksessa?
Voit tarkentaa tähän myös muita lomakkeella antamiasi vastauksia.

I) Sukupuoleni: ☐ Nainen ☐ Mies

J) Suoritin ylioppilastutkinnon vuonna: _____

Kiitos ajatuksistasi!

Liite 3: Taulukoita

Taulukko 15. Likert-tyyppisten muuttujien frekvenssit.

	<i>N</i>	1	2	3	4	5							
q1r	55	1	2	22	30	0	...						
q2	55	2	16	20	16	1	q22r	51	1	8	6	21	15
q3r	55	3	12	22	17	1	q23r	51	1	10	13	20	7
q4	55	3	16	18	17	1	q24	51	2	2	9	23	15
q5r	55	23	24	5	3	0	q25	51	8	6	8	22	7
q6	55	5	24	23	2	1	q26	51	6	20	6	12	7
q7r	55	3	13	17	21	1	q27	51	2	1	13	20	15
q8	55	3	13	17	21	1	q29	55	4	13	16	18	4
q9r	55	1	10	26	17	1	q30	55	2	10	8	22	13
q10	55	4	23	14	14	0	q31a	55	1	1	2	18	33
q11r	55	1	6	15	29	4	q31b	55	1	1	8	15	30
q12	55	10	16	19	9	1	q32a	55	5	21	13	14	2
q13	55	2	13	12	26	2	q32b	54	12	16	16	8	2
q14r	55	1	8	15	30	1	q33a	55	7	10	18	16	4
q15	55	2	11	17	22	3	q33b	55	14	12	16	11	2
q16	55	1	10	10	28	6	q34a	55	1	6	10	31	7
q17	55	2	12	7	28	6	q34b	55	3	12	14	19	7
q18	55	5	11	7	14	18	q35a	55	0	6	10	26	13
q19	51	2	2	4	25	18	q35b	55	4	10	19	13	9
q20	51	4	9	8	21	9	q36a	55	2	4	11	23	15
q21	50	2	1	29	12	6	q36b	55	4	8	18	14	11

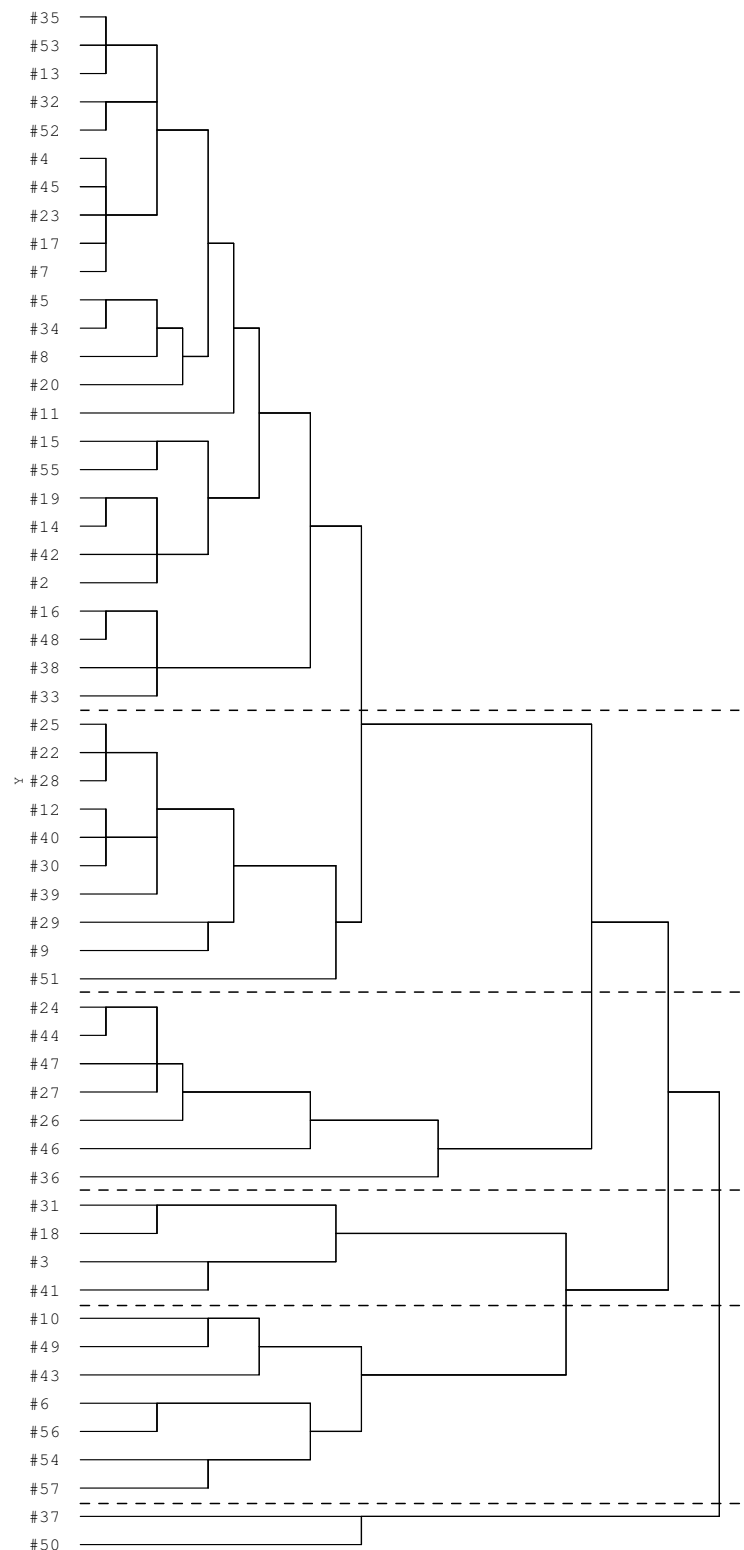
Taulukko 16. Suunniteltu CAS-teknologian käyttöaktiivisuus.

	<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q28a	49	1	1	2	8	4	5	10	10	5	3	0
q28b	49	3	5	18	3	6	6	1	2	3	2	0

Taulukko 17. Klusteripareittain ja ryhmittelymuuttujittain tehtyjen U-testien *p*-arvot.

	II				III				IV			
	q32a	q34a	q35a	q36a	q32a	q34a	q35a	q36a	q32a	q34a	q35a	q36a
I	0,118	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,049	0,004	0,000	0,642	0,010	0,592
II	-	-	-	-	0,000	0,093	0,002	0,766	0,000	0,000	0,006	0,000
III					-	-	-	-	0,657	0,000	0,733	0,000

Liite 4: Hierarkkisen ryhmittelyn dendrogrammi



Kuvio 14. Dendrogrammi havainnollistaa, miten hierarkkisessa klusterianalyysissä yksittäiset havainnot ($#k$) yhdistyivät vaiheittain isommiksi klustereiksi. Prosessin kuvaus etenee kaaviossa vasemmalta oikealle päätyen tilanteeseen, jossa kaikki havainnot muodostavat yhden klusterin. Alustava havaintojen jako kuuteen klusteriin tehtiin vaakasuuntaisten katkoviivojen kohdalta.